Sats 6. Problem.

(Fig. 140.) *Att i en given cirkel inskriva en kvadrat.*

Lösning. Drag två mot varandra vinkelräta diametrar AC, BD, och drag AB, BC, CD, DA.

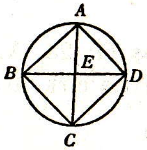

Fig. 140.

Påstående: $ABCD$ är den begärda kvadraten.

Bevis. Emedan BE är $= ED$ (I: def. 15), AE gemensam och mellanliggande $\wedge BEA = \wedge DEA = R$ (konstr.), så är $\triangle BEA \cong \triangle DEA$ (1:a kongr. f.), således $AB = AD$. På samma sätt bevisas, att BC är $= AB$, $CD = AD$, till följd varav fig. $ABCD$ är liksidig. Den är även rätvinklig, emedan $\wedge BAD$, $\wedge ADC$, $\wedge DCB$, $\wedge CBA$ samtliga stå i halvcirklar (III: 31). Således är figuren $ABCD$ en kvadrat, som är inskriven i cirkeln. V. S. G.

Anm. Om man icke dragit diametrarna vinkelräta mot varandra, så hade den inskrivna figuren blivit en rektangel.

Sats 7. Problem.

(Fig. 141.) *Att kring en given cirkel omskriva en kvadrat.*

Lösning. Drag två mot varandra vinkelräta diametrar, AC, BD och genom deras ändpunkter A, B, C, D tangenterna FG, GH, HK, KF resp. (III: 16, f. 2).

Påstående: $FGHK$ är den begärda kvadraten.

Bevis. Enligt konstr. äro vinklarna vid A, B, C, D, E räta, således alla de rätliniga figurerna rätvinkliga pgrmer (I: 28, 29), följaktligen $\wedge F = \wedge G = \wedge H = \wedge K = R$ och $GF = BD = HK$ (I: 34), $FK = AC = GH$; men AC är $= BD$, alltså äro alla sidorna i fig. $FGHK$ lika stora. Emedan vinklarna även äro räta, så är figuren en kvadrat. Den är enligt konstr. omskriven. V. S. G.

Följdsats. Den omskrivna kvadratens sida är = cirkelns diameter.

Sats 8. Problem.

(Fig. 142.) *Att inskriva en cirkel i en given kvadrat.*

Skäras två närliggande vinklar DAB, ABC mitt itu (vilket

sker, om diagonalerna uppdragas), så fås punkten G, som just är den inskrivna cirkelns medelpunkt.

Fällas från punkten G vinkelräta linjer mot sidorna, så bevisas såsom i sats 4, att nämnda vinkelräta linjer GE,

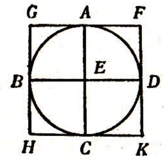

Fig. 141.

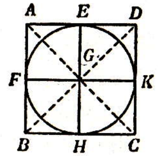

Fig. 142.

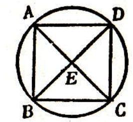

Fig. 143.

GF, GH, GK äro lika stora. Tager man då G till medelpunkt för en cirkellinje, som går genom E, så går den ock genom de övriga och är inskriven, emedan vinklarna vid E, F, H, K äro räta (III: 16, f. 1). V. S. G.

Sats 9. Problem.

(Fig. 143.) *Att omskriva en cirkel omkring en given kvadrat.*

Dragas de båda diagonalerna AC, BD, så är deras skärningspunkt E den omskrivna cirkelns medelpunkt.

Detta följer av I: 34, f. 5, s. 55.

Anm. Redan av III: 22 vet man, att då en fyrsidig figurs vinkelspetsar ligga på en cirkellinje, så är de motstående vinklarnas summa $= 2\,R$. Man ledes härav till den förmodan, att en cirkel kan omskrivas kring en fyrsidig figur, i vilken två motstående vinklars summa är $= 2\,R$. Detta bevisas sålunda.

(Fig. 144.) Drages i figuren $ABCD$, som har $\wedge A + \wedge C = 2\,R$, diagonalen BD, så kan en cirkel omskrivas kring $\triangle ABD$ (sats 5).

Om O är denna cirkels medelpunkt, så måste cirkellinjen skära OC antingen i C eller i någon annan punkt F (eller F'). Skär den i F, så måste $\wedge A + \wedge BFD$ vara $= 2\,R$ (III: 22); men emedan $\wedge A + \wedge BCD$ antogs $= 2\,R$, så skulle $\wedge BFD$ vara $= \wedge BCD$, vilket är omöjligt (I: 16; jfr övn. 46: b, s. 48). Alltså måste cirkellinjen gå genom C. *Om således summan av två motstående vinklar i en fyrsidig figur är = 2 R, så kan en cirkel omskrivas kring figuren.*

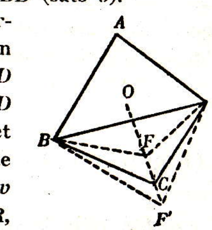

Fig. 144.

En fyrhörning, som kan inskrivas i en cirkel, kallas *cirkeltrapets.*