Om kurvanpassning

Ofta vill man undersöka ett eventuellt samband mellan två storheter, X och Y.

Steg ett är att rita ett lämpligt diagram. Man brukar då rita “det som beror av något” på y-axeln och “något” på x-axeln. Antag att vi vill undersöka hur storheten Y beror av storheten X. Då ritar vi Y på y-axeln och X på x-axeln.

Om punkterna hamnar helt huller om buller finns antagligen inget samband. Men om något mönster verkar framträda så kan det finnas ett samband mellan storheterna.

Steg två brukar då vara att försöka hitta en matematisk beskrivning av detta samband (ibland pratar man här om att man ställer upp en “modell”). Grundregeln är att försöka hitta en så enkel matematisk beskrivning som möjligt som ändå beskriver mätdata väl.

Den enklaste typen av samband är proportionalitetssamband av typen

$$y = kx. \tag{2}$$

Så om punkterna verkar ligga på en rät linje kan man undersöka om det går att anpassa en rät linje genom origo. I så fall kan (2) vara en bra beskrivning av mätdata.

Ibland kan det vara så att mätpunkterna hamnar på en rät linje som inte skär origo. Då kan (men måste inte) det vara så att ett systematiskt fel har smugit sig in. Kan man hitta felkällan kan man korrigera för denna.

Om punkterna inte hamnar på en rät linje får man prova någon annan anpassningsfunktion. Första valet brukar då vara ett potenssamband. Väldigt många samband i naturen är nämligen potenssamband av typen

$$y = ax^b, \tag{3}$$

där b är en exponent som oftast antar värden $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$ eller $\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{3}, \pm\frac{1}{4}, \ldots$. Man behöver först bestämma exponenten b. En ledtråd om denna kan man få från räknaren genom att anpassa en potensfunktion till mätdata (se nedan). Därefter ritar man ett nytt diagram som visar Y som funktion av X^p, där p är den tänkbara exponenten. Om det i detta diagram går att anpassa en rät linje genom origo, så kan man dra slutsatsen att $Y = kX^p$ är en bra beskrivning av mätdata. Konstanten k bestäms genom att beräkna anpassningslinjens lutning i det senare diagrammet.

Lyckas man inte anpassa en potensfunktion till mätdata så kan man alltid dra till med en polynomfunktion av grad 2 eller 3 (eller ännu högre grad). Men man bör då tänka på att ens modell kanske inte har så mycket med det verkliga sambandet att göra (om något sådant nu finns), utan snarare se på på modellen som en rent empirisk (erfarenhetsbaserad) modell.

En sak att se upp med är att om anpassningsfunktionen innehåller många parametrar och man har få datapunkter kan man få en “bra” anpassning som inte har så mycket med verkligheten att göra. Till tre datapunkter kan till exempel ett andragradspolynom (som ju har tre parametrar) anpassas så att kurvan går exakt genom alla mätpunkter. Detta måste dock inte innebära att sambandet mellan storheterna verkligen är ett andragradspolynomsamband!

Du kan läsa mer om detta i bokens avsnitt 4.6 (??). Jag skulle dock rekommendera att vara lite försiktig med att använda polynomanpassningar (även om de har sin plats när enkla potenssamband inte räcker till). Vi kommer också att arbeta mer med sådant här på kommande laborationer!

Kurvanpassning till mätdata (regression) med CASIO fx-9750G

1. Slå på räknaren eller gå till huvudmenyn genom att trycka MENU. Tryck 2 (för att välja `STAT`).
2. Skriv in x-data i `List 1` och y-data i `List 2`.
3. Tryck F2 (`CALC`) och sedan F3 (`REG`).
4. Nu kan du välja att anpassa mätdata till någon av följande funktioner:

Anpassningsfunktion	Tryck
$y = ax + b$	F1 (`X`)
$y = ax^2 + bx + c$	F3 (`X^2`)
$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$	F4 (`X^3`)
$y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$	F5 (`X^4`)
$y = a + b \ln x$	F6 (▷) F1 (`Log`)
$y = a \cdot e^{bx}$	F6 (▷) F2 (`Exp`)
$y = a \cdot x^b$	F6 (▷) F3 (`Pwr`)

5. Förutom anpassningsparametrarna visas nu värdet av ett tal r (regressionskoefficienten) som antar värden mellan 0 och 1 och som ger ett mått på hur nära mätpunkterna anpassningskurvan ligger. Ju närmare 1, desta mindre avvikelse.