

1283

$$f(x) = \frac{ax}{2x+3}$$

$$f(f(x)) = \frac{a \left(\frac{ax}{2x+3} \right)}{2 \left(\frac{ax}{2x+3} \right) + 3} = \frac{\frac{a^2x}{2x+3}}{\frac{2ax}{2x+3} + 3} = \left\{ \text{Förläng med } (2x+3) \right\}$$

$$= \frac{\frac{a^2x}{2x+3} \cdot (2x+3)}{\left(\frac{2ax}{2x+3} + 3 \right) (2x+3)} = \frac{a^2x}{2ax + 3(2x+3)}$$

$$= \frac{a^2x}{2ax + 6x + 9} = \frac{a^2x}{x(2a+6) + 9}$$

Alltså gäller att $f(f(x)) = x$ för alla x om

$$\frac{a^2x}{x(2a+6) + 9} = x$$

$$a^2x = x^2(2a+6) + 9x$$

Jäm för nu x^2 - och x -koefficienter i VL och HL!

Likhet för alla x endast då dessa är lika, det vill säga

$$\begin{cases} a^2 = 9 & (1) \\ 2a+6 = 0 & (2) \end{cases}$$

(1) ger att $a = \pm 3$, (2) ger $a = -3$

Det enda värde på a som uppfyller både (1) och (2) är alltså $a = -3$

Svar: $a = -3$