

2207

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{4x - x^2}$$

Faktorisera först täljaren $T(x) = x^2 - 2x - 8$

Sätt $x^2 - 2x - 8 = 0$ (för att bestämma nollställena till $T(x)$)

$$x = 1 \pm \sqrt{1^2 + 8}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{9}$$

$$x = 1 \pm 3$$

$$x_1 = -2, x_2 = 4$$

Då har vi att

$$T(x) = (x - (-2))(x - 4) = (x + 2)(x - 4)$$

En andragradspolynom kan allmänt skrivas $f(x) = k(x - A)(x - B)$, där A och B är nollställena till $f(x)$, och k en konstant (=1 om x^2 -koefficienten är 1)

Tillbaka till gränsvärdet:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{4x - x^2} &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+2)(x-4)}{x(4-x)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+2)(x-4)(-1)}{x(4-x)(-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+2)(\cancel{x-4})(-1)}{x(\cancel{x-4})} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-(x+2)}{x} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2} = -1,5 \end{aligned}$$

Svar: -1,5