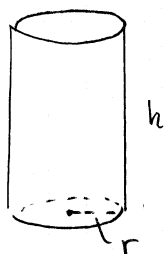


3243



Volymen är 1000 cm^3 .

Låt radien vara $r \text{ cm}$ och höjden $h \text{ cm}$.

- (a) Cylinderns volym ges av $V = \pi r^2 h$. Insättning av $V = 1000$, $r = 4,0$ ger

$$1000 = \pi \cdot 4,0^2 \cdot h$$

$$h = \frac{1000}{\pi \cdot 4,0^2} \approx 19,89$$

Svar: 20 cm

- (b) Cylinderns begränsningsarea

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h = 2\pi r(r+h) = 2\pi \cdot 4,0(4,0+19,89) \approx 600,53$$

Svar: 601 cm²

- (c) Samma beräkningar som i (a) och (b) men med $r = 6,0$ ger

$$h = \frac{1000}{\pi \cdot 6,0^2} \approx 8,84$$

$$A = 2\pi \cdot 6,0(6,0+8,84) \approx 559,52$$

Svar: 560 cm²

- (d) Vi ska minimera arean

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r(r+h) \quad (*)$$

Behöver samband mellan r och h ! Volymen är 1000 cm^3 , vilket ger

$$1000 = \pi r^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{1000}{\pi r^2} \quad (1)$$

Insättning i (*) ger

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{1000}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2000}{r}$$

3243

Ska alltså minimera

(forts)

$$A = 2\pi r^2 + \frac{2000}{r} = 2\pi r^2 + 2000r^{-1}, \quad r > 0$$

Derivatans nollställen?

$$A' = 2\pi \cdot 2r + 2000(-1) \cdot r^{-2} = 4\pi r - \frac{2000}{r^2}$$

$$A' = 0 \text{ ger } 4\pi r - \frac{2000}{r^2} = 0$$

$$4\pi r^3 - 2000 = 0$$

$$r^3 = \frac{2000}{4\pi}$$

$$r^3 = \frac{500}{\pi}$$

$$r = \left(\frac{500}{\pi} \right)^{\frac{1}{3}} \approx 5,42 \quad (2)$$

Teckentabell

r	0	$\left(\frac{500}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$	
A'	+	0	+
A		↓	↗
		MIN	

Höjden då A minimal fås genom insättning av (2) i (1):

$$h = \frac{1000}{\pi r^2} \approx \frac{1000}{\pi \cdot 5,42^2} \approx 10,84$$

Svar: Radien 5,4 cm, höjden 10,8 cm.