$\boxed{23}$ Låt det ena talet vara x. Det andra talet är då 8 − x.

Differensen = $8 - x - x = 8 - 2x$ (Antar att $8 - x > x$ så att differensen blir positiv)

Produkten = $x(8-x)$.

(Man skulle kunna göra tvärtom och låta differensen vara $x - (8-x)$)

Vi skall maximera

$$y = (8-2x)\cdot x \cdot (8-x)$$
$$= (8-2x)(8x - x^2) = 64x - 8x^2 - 16x^2 + 2x^3$$
$$= 2x^3 - 24x^2 + 64x, \qquad 0 < x < 8$$

Förstaderivatan

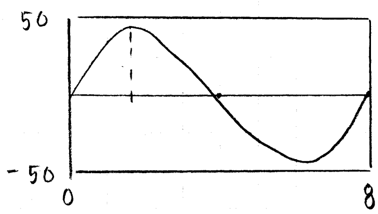
$$y' = 6x^2 - 48x + 64$$

$y' = 0$ ger $6x^2 - 48x + 64 = 0$

$$x^2 - 8x + \frac{64}{6} = 0$$
$$x^2 - 8x + \frac{32}{3} = 0$$
$$x = 4 \pm \sqrt{16 - \frac{32}{3}}$$
$$x = 4 \pm \sqrt{\frac{16}{3}}$$
$$x = 4 \pm \frac{4}{\sqrt{3}}$$

Obs! Eftersom det inte frågas efter några exakta svar är det antagligen mest tidseffektivt att lösa uppgiften med grafritande räknare:

Rita $y = 2x^3 - 24x^2 + 64x$



Räknare ger $y_{max} \approx 49{,}3$ då $x \approx 1{,}69$

G-SOLVE, MAX

$\boxed{F5}$ $\boxed{F}$

Talen är alltså 1,69 och 8 − 1,69 ≈ 6,31

Andraderivatan

$$y'' = 12x - 48$$

$$y''\left(4 + \frac{4}{\sqrt{3}}\right) = 12\left(4 + \frac{4}{\sqrt{3}}\right) - 48 = 48 + 12\cdot\frac{4}{\sqrt{3}} - 48 = 12\frac{4}{\sqrt{3}} > 0 \Rightarrow x = 4 + \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ ger min}$$

$$y''\left(4 - \frac{4}{\sqrt{3}}\right) = 12\left(4 - \frac{4}{\sqrt{3}}\right) - 48 = 48 - 12\cdot\frac{4}{\sqrt{3}} - 48 = -12\cdot\frac{4}{\sqrt{3}} < 0 \Rightarrow x = 4 - \frac{4}{\sqrt{3}} \text{ ger max}$$

Talen är alltså $4 - \frac{4}{\sqrt{3}}$ och $8 - \left(4 - \frac{4}{\sqrt{3}}\right) = 4 + \frac{4}{\sqrt{3}}$ (Svar)

$\approx 1{,}69$ $\qquad \approx 6{,}31$