

25

Detta är en långsökt och inte särskilt bra uppgift tycker jag!

Vi skall jämföra summan

$$S = 100 \cdot 1^2 + 100 \cdot 2^2 + 100 \cdot 3^2 + 100 \cdot 4^2 + 100 \cdot 5^2 + 100 \cdot 6^2 \quad \left(= \sum_{i=1}^6 100 x_i^2 \right)$$

och integralen

$$I = \int_0^6 100 x^2 dx.$$

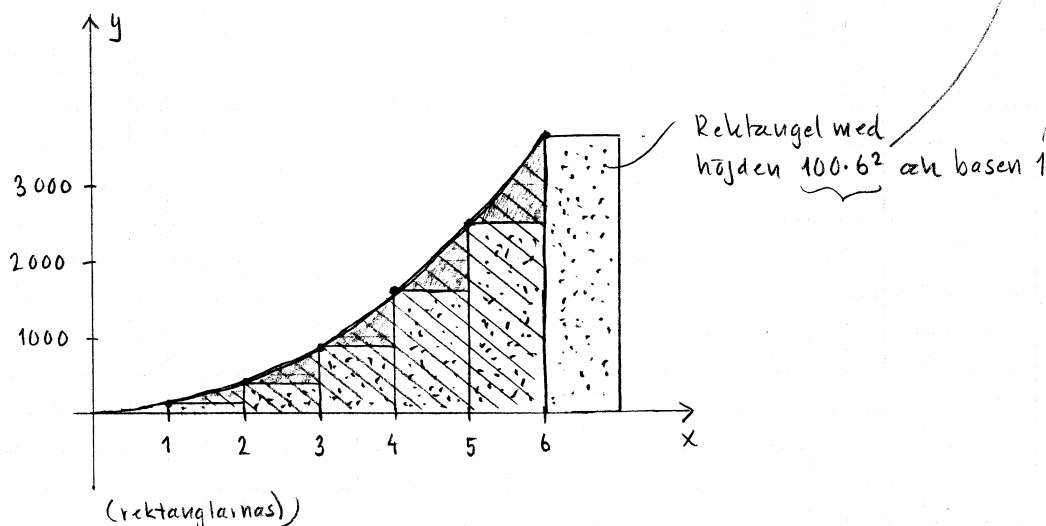
Pengarna hanterar när han fyller bär skräknas med.

Om vi skriver summan som

$$\left(= \sum_{i=1}^6 100 x_i \Delta x, \text{ där } \Delta x = 1 \right)$$

$$S = \underbrace{100 \cdot 1^2 \cdot 1} + \underbrace{100 \cdot 2^2 \cdot 1} + \underbrace{100 \cdot 3^2 \cdot 1} + \underbrace{100 \cdot 4^2 \cdot 1} + \underbrace{100 \cdot 5^2 \cdot 1} + \underbrace{100 \cdot 6^2 \cdot 1}$$

ser vi att denna summa kan åskådliggöras grafiskt:



Staplarnas sammanslagda area är lika med summan S .

Integralens värde är lika med arean av det streckade området mellan kurvan $y = 100 x^2$ och x -axeln.

Eftersom det prickade områdets area är större än det streckade områdets area måste $S > I$.

(de skuggade områdena har ju mindre sammanslagd area än den sista rektangeln.)

Som sagt, en långsökt uppgift!