$\boxed{3127}$

Undersök derivatan!

$$y' = 3x^2 + 2ax + 1$$

$y' = 0$ ger $\quad 3x^2 + 2ax + 1 = 0$

$$x^2 + \frac{2a}{3} + \frac{1}{3} = 0$$

$$x = -\frac{a}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}}$$

$$x = -\frac{a}{3} \pm \sqrt{\frac{a^2}{9} - \frac{3}{9}}$$

$$x = -\frac{a}{3} \pm \frac{\sqrt{a^2 - 3}}{3} \qquad (*)$$

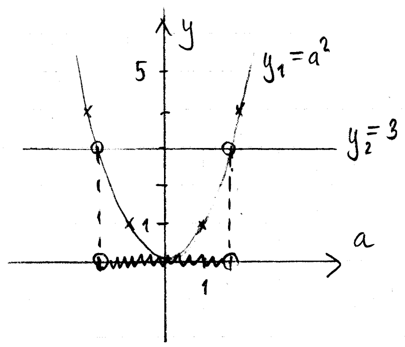
(a) Kurvan saknar extrempunkter om derivatan saknar nollställen, vilket inträffar då uttrycket under rottecknet i $(*)$ är negativt, dvs

$$a^2 - 3 < 0$$

Vi behöver nu lösa denna icke-linjära olikhet. Skriv först om:

$$\underbrace{a^2}_{y_1} < \underbrace{3}_{y_2}$$

Rita sedan $y_1 = a^2$ och $y_2 = 3$ och undersök för vilka a som $y_1 < y_2$



Vi ser att $y_1 = y_2$ då $a^2 = 3$

$$a = \pm\sqrt{3}$$

och att $y_1 < y_2$ för $-\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$

Svar: Kurvan saknar extrempunkter för $-\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$

3127 (forts)

(b) Kurvan har en terrasspunkt om derivatan har ett och endast ett nollställe, vilket inträffar då uttrycket under rottecknet i (*) är noll, dvs

$a^2 - 3 = 0$

$a^2 = 3$

$a = \pm\sqrt{3}$

Svar: Kurvan har en terrasspunkt för $a = \pm\sqrt{3}$

(c) Kurvan har två extrempunkter om derivatan har två nollställen, vilket inträffar då uttrycket under rottecknet i (*) är positivt, dvs

$a^2 - 3 > 0$

$a^2 > 3$

Återigen en icke-linjär olikhet. Använder vi figuren i (a)-uppgiften ser vi att $a^2 > 3$ för $a < -\sqrt{3}$ och för $a > \sqrt{3}$

Svar: Kurvan har två extrempunkter för $a < -\sqrt{3}$ och för $a > \sqrt{3}$.