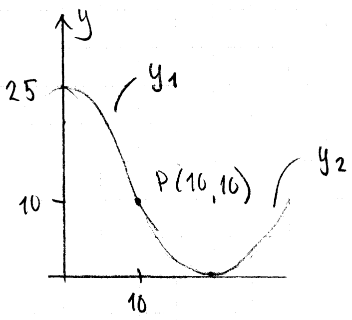
3232



Vänstra delen

Vi utgår från att kurvan har y-axeln som symmetrilinje. Då gäller att

$$y_1 = -ax^2 + 25$$

Punkten P(10, 10) ligger på kurvan. Insättning av $x = 10$, $y = 10$ ger

$$10 = -a \cdot 10^2 + 25$$

$$a = \frac{15}{100} = 0{,}15$$

Alltså:

$$y_1 = 25 - 0{,}15x^2, \text{ vilket ger } y_1' = -0{,}3x \qquad (*)$$

Högra delen

Ansätt

$$y_2 = k(x-A)(x-B)$$

Men eftersom y_2 bara vidrör x-axeln är $A = B$ och vi får

$$y_2 = k(x-A)^2 = k(x^2 - 2Ax + A^2) \quad \text{vilket ger } y_2' = 2kx - 2Ak \quad (**)$$

Jämn övergång i P innebär att $y_1'(10) = y_2'(10)$. (1)

Dessutom vet vi att punkten P(10, 10) ligger på kurvan, alltså $y_2(10) = 10$ (2).

Insättning av (1) och (2) i (*) och (**) ger

$$\begin{cases} -0{,}3 \cdot 10 = 2 \cdot k \cdot 10 - 2A \cdot k \\ 10 = k(10-A)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 = 2k(10-A) & (3) \\ 10 = k(10-A)^2 & (4) \end{cases}$$

$\boxed{3232}$

(forts)

Ekv (3) ger

$$k = \frac{-3}{2(10-A)} \qquad (3*)$$

Insättning i (4) ger

$$10 = \frac{-3}{2(\cancel{10-A})}(10-A)^{\cancel{2}}$$

$$2 \cdot 10 = -3(10-A)$$

$$20 = -30 + 3A$$

$$3A = 50$$

$$A = \frac{50}{3}$$

Insättning i (3*) ger

$$k = \frac{-3}{2\left(10-\frac{50}{3}\right)} = -\frac{3}{2\left(\frac{10\cdot 3-50}{3}\right)} = -\frac{3}{-\frac{40}{3}} = \frac{9}{40}$$

Svar: $y_1 = 25 - 0{,}15x^2 \quad 0 \le x \le 10$

$$y_2 = \frac{9}{40}\left(x - \frac{50}{3}\right)^2 \quad x \ge 0$$