3326

F är primitiv funktion till $f(x) = x^3$.

Grafen till F har linjen $y = -x$ som tangent

Bestäm $F(x)$

Lösning

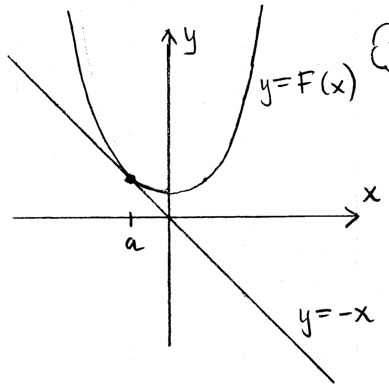
Låt tangeringspunktens x-koordinat vara a  ($y = -x = (-1)x$)

Då vet vi att $F'(a) = -1$ (eftersom tangenten har lutningen $-1$)

Men $F'(x) = f(x) = x^3$ ( F var ju primitiv funktion till $f$, då är $F' = f$ )

Vi får alltså

Skiss




$$a^3 = -1$$

$$a = -1$$

Tangeringspunktens y-koordinat

(Insättning av $x = -1$ i tangentens ekvation $y = -x$)

$$y = -(-1) = 1.$$

Tangeringspunkten har alltså koordinaterna $(-1, 1)$.

Eftersom tangeringspunkten ligger på grafen till F vet vi då att

$$F(-1) = 1. \quad (*)$$

F var primitiv funktion till $f(x) = x^3$. Alltså:

$$F(x) = \frac{x^4}{4} + C$$

Insättning av $(*)$ ger

$$1 = \frac{(-1)^4}{4} + C$$

$$1 = \frac{1}{4} + C$$

$$C = \frac{3}{4}$$

Svar: $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{3}{4}$