NP Ma 3c ht 2012

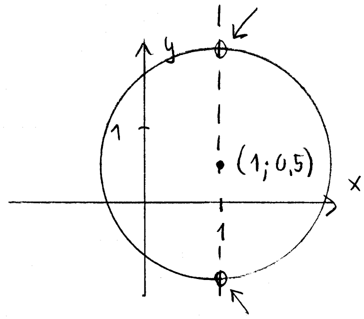
20 (a) Insättning av $x = 1,\ y = 2$ i cirkelns ekvation ger

$$VL = 1^2 - 2 \cdot 1 + 2^2 - 2 = 1 - 2 + 4 - 2 = 1$$

$$HL = 0{,}5$$

$VL \neq HL$, alltså ligger punkten $(1,2)$ <u>inte</u> på cirkeln (<u>Svar</u>)

(b)



Vi bestämmer de punkter på cirkeln som har x-koordinaten 1. (markerade ovan)

Insättning av $x = 1$ i cirkelns ekvation ger

$$1^2 - 2 \cdot 1 + y^2 - y = 0{,}5$$

$$y^2 - y - 1{,}5 = 0$$

$$y = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}5^2 + 1{,}5}$$

$$y = 0{,}5 \pm \underbrace{\sqrt{1{,}75}}$$

(Kan också beräkna avståndet mellan punkten $(1;\ 0{,}5 + \sqrt{1{,}75})$ och medelpunkten $(1;\ 0{,}5)$ med avståndsformeln)

Medelpunktens y-koordinat! Det som står här ger oss radien! (Se skissen ovan)

$$\left(y_1 = 0{,}5 + \sqrt{1{,}75},\quad y_2 = 0{,}5 - \sqrt{1{,}75}\right)$$

$$\text{Cirkelns area} = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\sqrt{1{,}75}\right)^2 = 1{,}75\pi \text{ a.e.}$$

<u>Svar:</u> $1{,}75\pi$ a.e. ($\approx 5{,}5$ a.e.)

(b) Alternativ lösning. Insättning av medelpunktens koordinater i $(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r^2$ ger

(Ekvation för cirkel med medelpunkt (x_1, y_1) och radie r)

$$(x - 1)^2 + (y - 0{,}5)^2 = r^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - y + 0{,}5^2 = r^2$$

$$x^2 - 2x + y^2 - y = r^2 - 1{,}25$$

Jämför vi med cirkelns ekvation i uppgiften $(x^2 - 2x + y^2 - y = 0{,}5)$ ser vi att

$r^2 - 1{,}25 = 0{,}5$, vilket ger $r = (\pm)\sqrt{1{,}75}$. Arean beräknas sedan som ovan.