23 Låt det ena talet vara x. Det andra talet är då $8-x$.

Differensen $= 8-x-x = 8-2x$ (Antar att $8-x > x$ så att differensen blir positiv)

Produkten $= x(8-x)$.

(Man skulle kunna göra tvärtom och låta differensen vara $x-(8-x)$)

Vi skall maximera

$$y = (8-2x)\cdot x\cdot(8-x)$$
$$= (8-2x)(8x-x^2) = 64x - 8x^2 - 16x^2 + 2x^3$$
$$= 2x^3 - 24x^2 + 64x, \qquad 0 < x < 8$$

Förstaderivatan

$$y' = 6x^2 - 48x + 64$$

$y' = 0$ ger $6x^2 - 48x + 64 = 0$

$$x^2 - 8x + \frac{64}{6} = 0$$
$$x^2 - 8x + \frac{32}{3} = 0$$
$$x = 4 \pm \sqrt{16 - \frac{32}{3}}$$
$$x = 4 \pm \sqrt{\frac{16}{3}}$$
$$x = 4 \pm \frac{4}{\sqrt{3}}$$

Andraderivatan

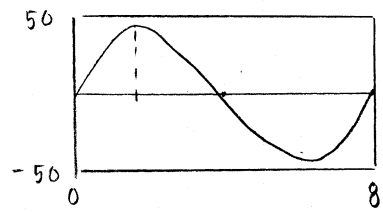
$$y'' = 12x - 48$$

$$y''\left(4+\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = 12\left(4+\frac{4}{\sqrt{3}}\right) - 48 = 48 + 12\cdot\frac{4}{\sqrt{3}} - 48 = 12\frac{4}{\sqrt{3}} > 0 \Rightarrow x = 4+\frac{4}{\sqrt{3}} \text{ ger min}$$

$$y''\left(4-\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = 12\left(4-\frac{4}{\sqrt{3}}\right) - 48 = 48 - 12\cdot\frac{4}{\sqrt{3}} - 48 = -12\cdot\frac{4}{\sqrt{3}} < 0 \Rightarrow x = 4-\frac{4}{\sqrt{3}} \text{ ger max}$$

Obs! Eftersom det inte frågas efter några exakta svar är det antagligen mest tidseffektivt att lösa uppgiften med grafritande räknare:

Rita $y = 2x^3 - 24x^2 + 64x$



Räknare ger $y_{max} \approx 49{,}3$ då $x \approx 1{,}69$

G-SOLVE, MAX

F5 F

Talen är alltså 1,69 och $8 - 1{,}69 \approx 6{,}31$

Talen är alltså $4 - \frac{4}{\sqrt{3}} \approx 1{,}69$ och $8 - \left(4 - \frac{4}{\sqrt{3}}\right) = 4 + \frac{4}{\sqrt{3}} \approx 6{,}31$ (Svar)