

3325

Visa att

$$y = \sqrt{2kt + C} \quad (1)$$

är en lösning till

$$\frac{dy}{dt} = \frac{k}{y} \quad (*)$$

Lösning:

Bestäm först derivatan $\frac{dy}{dt}$. Låt

$$y = \sqrt{2kt + C} = \sqrt{u} = u^{\frac{1}{2}} \quad \text{där } u = 2kt + C$$

Kedjeregeln ger

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{2} u^{-\frac{1}{2}} \cdot u' = \frac{1}{2u^{\frac{1}{2}}} \cdot 2k = \frac{k}{\sqrt{2kt + C}} \quad (2)$$

Insättning av (1) och (2) i (*) ger

$$VL = \frac{k}{\sqrt{2kt + C}}$$

$$HL = \frac{k}{y} = \frac{k}{\sqrt{2kt + C}}$$

 $VL = HL$, alltså är (1) en lösning till (*). \square

Alt:
 $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dt}$