

20 (a) Visa att

$$v(t) = 2 - 2e^{-5t} \quad (1)$$

är en lösning till diff. ekv.

$$\frac{dv}{dt} + 5v = 10 \quad (*)$$

Derivera $v(t)$:

$$\frac{dv}{dt} = (-5)(-2)e^{-5t} = 10e^{-5t} \quad (2)$$

Insättning av (1) och (2) i (*) ger

$$VL = \frac{dv}{dt} + 5v = 10e^{-5t} + 5(2 - 2e^{-5t}) = 10e^{-5t} + 10 - 10e^{-5t} = 10$$

$$HL = 10$$

 $VL = HL$, alltså är (1) en lösning till (*). \square

(b) Lägesfunktionen $s(t)$ är primitiv funktion till hastighetsfunktionen $v(t)$ (eftersom $v(t) = s'(t)$). Bestäm $s(t)$:

$$s(t) = 2t - \frac{2e^{-5t}}{(-5)} + C = 2t + \frac{2e^{-5t}}{5} + C$$

Om vi utgår från att $s(0) = 0$ får vi

$$0 = 2 \cdot 0 + \frac{2e^0}{5} + C \Rightarrow C = -\frac{2}{5}$$

Alltså:

$$s(t) = 2t + \frac{2e^{-5t}}{5} - \frac{2}{5}$$

Ska nu bestämma t då $s(t) = 8,0$.

Kan också använda att

$$(s(\tau) - s(0)) = \int_0^\tau s'(t) dt = \int_0^\tau v(t) dt$$

$$8,0 = \int_0^\tau (2 - 2e^{-5t}) dt$$

och så vidare

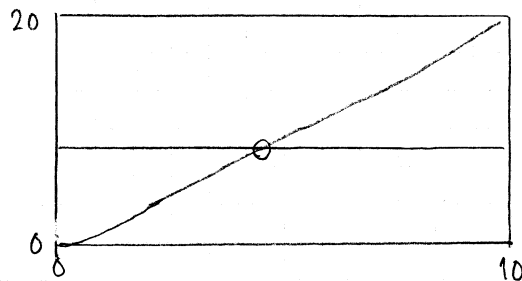
20

(forts)

Vi får ekvationen

$$\underbrace{8,0}_{y_1} = \underbrace{2t + \frac{2e^{-5t}}{5} - \frac{2}{5}}_{y_2}$$

Rita graferna till $y_1 = 8,0$ och $y_2 = 2t + \frac{2e^{-5t}}{5} - \frac{2}{5}$ och bestäm skärningspunkter.



Räknavenger ($\boxed{F5}$ $\boxed{F5}$)
ASOLV 15CT

att $y_1 = y_2$ då $t \approx 4,2$

Svar: 4,2s