

2307

(a) $6^1 = 6$

$$6^2 = 36$$

$$6^3 = 216$$

(b) Alla tal 6^n , $n = 1, 2, 3, \dots$ har slutsiffran 6.

(c) Visa att alla tal 6^n har slutsiffran 6 ^(*) $n = 1, 2, 3, \dots$

1) För $n=1$ är $6^1 = 6$.

Påståendet (*) är alltså sant för $n=1$.

2) Antag att påståendet (*) är sant för $n=p$. Då gäller

$$6^p \text{ har slutsiffran } 6, \text{ dvs } 6^p = m \cdot 10 + 6 \quad (\text{IA})$$

m är ngt heltal

Induktions-
antagandet

Ska nu visa att
 6^{p+1} har slutsiffran 6

I så fall för vi

$$\begin{aligned} 6^{p+1} &= 6 \cdot 6^p = 6(m \cdot 10 + 6) = 6m \cdot 10 + 36 \\ &= 6m \cdot 10 + 3 \cdot 10 + 6 \\ &= (6m+3) \cdot 10 + 6, \end{aligned}$$

IA

vilket innebär att 6^{p+1} har slutsiffran 6

Om påståendet (*) är sant för $n=p$ är det alltså sant för $n=p+1$.

3) Till följd av 1), 2) och induktionsprincipen är påståendet (*) sant för alla heltal $n \geq 1$. \square