2311

Med $n = 1$ får vi

$$1(3\cdot 1 - 1) = 1^2(1+t)$$

$$2 = 1(1+t)$$

$$\underline{\underline{t = 1.}}$$

Visa att $\boxed{1\cdot 2 + 2\cdot 5 + 3\cdot 8 + \ldots + n(3n-1) = n^2(n+1)}\ (*)$, $n = 1, 2, 3, \ldots$

1) För $n = 1$ är $VL = 1\cdot(3\cdot 1 - 1) = 2$ och $HL = 1^2(1+1) = 2$

Påståendet $(*)$ är alltså sant för $n = 1$

2) Antag att påståendet $(*)$ är sant för $n = p$. Då gäller

$$VL_p = 1\cdot 2 + 2\cdot 5 + 3\cdot 8 + \ldots + p(3p-1) = p^2(p+1) = HL_p \qquad (IA)$$

Ska visa att $1\cdot 2 + 2\cdot 5 + \ldots + (p+1)(3(p+1)-1) = (p+1)^2(p+1+1)$

I så fall får vi

$$VL_{p+1} = 1\cdot 2 + 2\cdot 5 + 3\cdot 8 + \ldots + p(3p-1) + (p+1)\big(3(p+1)-1\big)$$

$$= VL_p + (p+1)(3p+2)$$

$$\overset{IA}{=} HL_p + (p+1)(3p+2)$$

$$= p^2(p+1) + (p+1)(3p+2)$$

Bryter ut $(p+1)$

$$= (p+1)(p^2 + 3p + 2)$$

$p^2 + 3p + 2 = (p+1)(p+2)$

$$= (p+1)(p+1)(p+2)$$

$$= (p+1)^2(p+2)$$

$$HL_{p+1} = (p+1)^2(p+1+1) = (p+1)^2(p+2)$$

$$VL_{p+1} = HL_{p+1}$$

Om påståendet $(*)$ är sant för $n = p$ är det alltså sant för $n = p+1$.

3) Till följd av 1), 2) och induktionsprincipen är påståendet $(*)$ sant för alla heltal $n \geq 1$ $\square$