

# Funktioner

---

Uppdaterad: 170424

Funktioner, allmänt

Översikt

Mer om  $y = x^2$

Mer om  $y = e^x$

Mer om  $y = \sin x$

...

Har jag använt någon bild som jag inte får använda? Låt mig veta så tar jag bort den.  
christian.karlsson@ckfysik.se

# Funktioner

En funktion är en regel som till varje  $x$ -värde ger ett  $y$ -värde.

Exempel:

$$y = 7x - 1$$

$$y = 3x^2 + 4x - 7$$

$$y = 20x^4$$

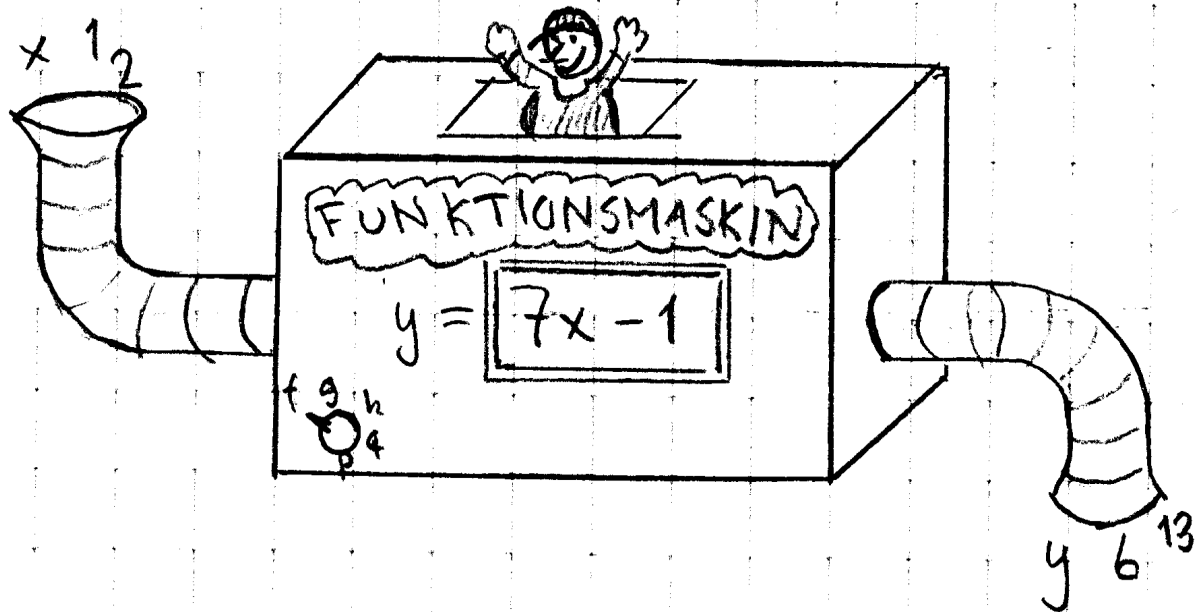
$$y = 20 \cdot 4^x$$

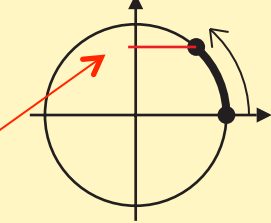
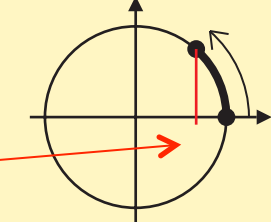
$$y = \frac{1}{x+2}$$

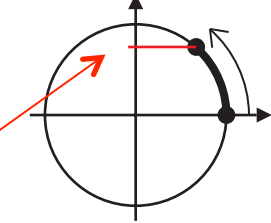
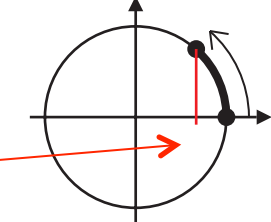
$$y = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$$

“En **avbildning** är en *föreskrift*, sådan att till varje element i en mängd  $X$  ordnas ett och endast ett element i en mängd  $Y$ . Om  $X$  och  $Y$  är talmängder, talar man om en *funktion*.”

[1]

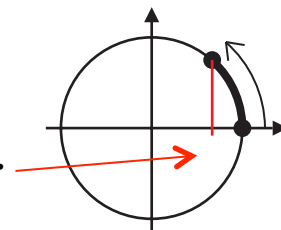
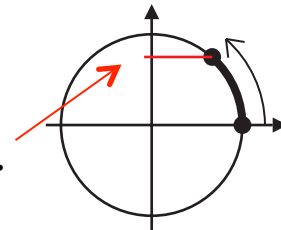


Funktion	alternativt skrivsätt	Hur få funktionsvärdet?
$y = x^2$	kva $x$	multiplicera talet $x$ med sig självt
$y = \sqrt{x}$	rot $x$	hitta det (positiva) tal som mult. med sig självt blir $x$
$y = e^x$	exp $x$	beräkna $e$ ( $\approx 2,718\dots$ ) upphöjt till $x$
$y = \sin x$	$\sin x$	<p>Gör en enhetscirkel. Ställ dig i <math>(0,1)</math>.            Gå <math>x</math> längs bågen i positiv riktning.            Läs av <math>y</math>-koordinaten.</p> 
$y = \cos x$	$\cos x$	<p>Gör en enhetscirkel. Ställ dig i <math>(0,1)</math>.            Gå <math>x</math> längs bågen i positiv riktning.            Läs av <math>x</math>-koordinaten.</p> 
$y = \tan x$	$\tan x$	$y = \frac{\sin x}{\cos x}$

Funktion	alternativt skrivsätt	Hur få funktionsvärdet?
$y = x^2$	kva $x$	multiplicera talet $x$ med sig självt
$y = \sqrt{x}$	rot $x$	hitta det (positiva) tal som mult. med sig självt blir $x$
$y = e^x$	exp $x$	beräkna $e$ ( $\approx 2,718\dots$ ) upphöjt till $x$
$y = \sin x$	$\sin x$	<p>Gör en enhetscirkel. Ställ dig i <math>(0,1)</math>.            Gå <math>x</math> längs bågen i positiv riktning.            Läs av <math>y</math>-koordinaten.</p> 
$y = \cos x$	$\cos x$	<p>Gör en enhetscirkel. Ställ dig i <math>(0,1)</math>.            Gå <math>x</math> längs bågen i positiv riktning.            Läs av <math>x</math>-koordinaten.</p> 
$y = \tan x$	$\tan x$	$y = \frac{\sin x}{\cos x}$

$x$  behöver inte vara en vinkel!  
 Kan se  $x$  som ett tal!

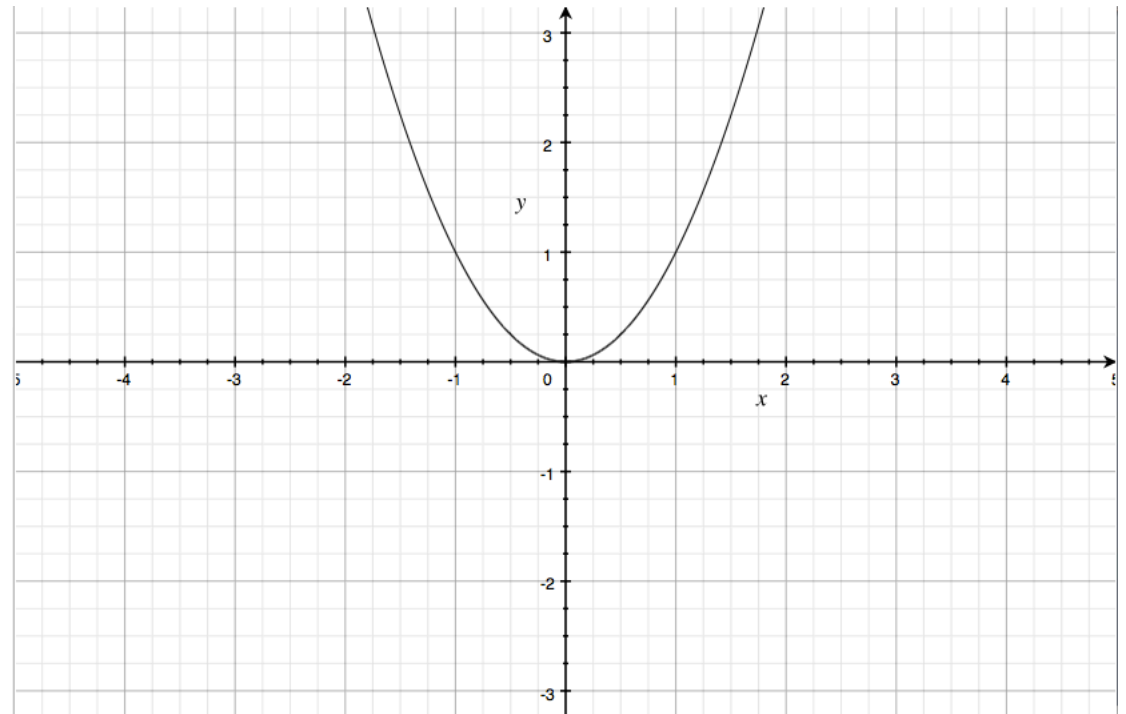
Funktion	alternativt skrivsätt	Hur få funktionsvärdet?	Maclaurinutvecklingar
$y = x^2$	kva $x$	multiplicera talet $x$ med sig självt	
$y = \sqrt{x}$	rot $x$	hitta det (positiva) tal som mult. med sig självt blir $x$	
$y = e^x$	exp $x$	beräkna $e$ ( $\approx 2,718\dots$ ) upphöjt till $x$	$e^x = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \dots$
$y = \sin x$	sin $x$	Gör en enhetscirkel. Ställ dig i $(0,1)$ . Gå $x$ längs bågen i positiv riktning. Läs av $y$ -koordinaten.	$\sin x = \frac{1}{1!}x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \dots$
$y = \cos x$	cos $x$	Gör en enhetscirkel. Ställ dig i $(0,1)$ . Gå $x$ längs bågen i positiv riktning. Läs av $x$ -koordinaten.	$\cos x = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6 - \dots$
$y = \tan x$	tan $x$	$y = \frac{\sin x}{\cos x}$	$\tan x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \dots$



# Mer om $y = x^2$

Funktion	alternativt skrivsätt	Hur få funktionsvärdet?
$y = x^2$	kva $x$	multiplicera talet $x$ med sig självt

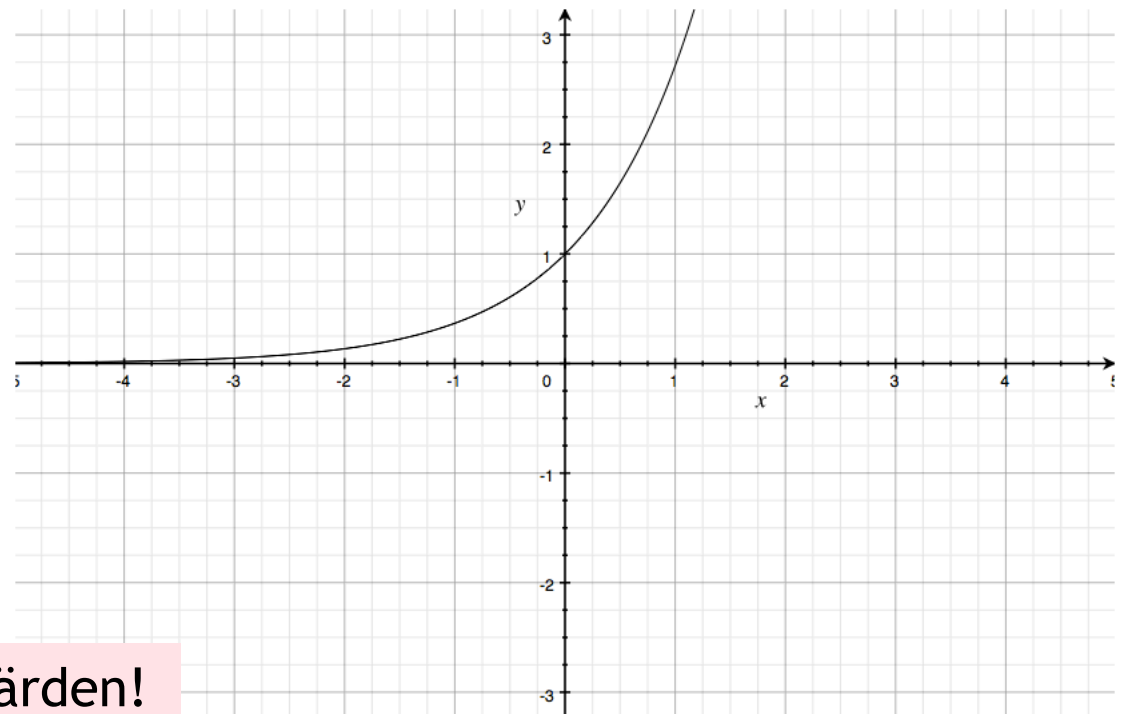
$x$	$y = x^2$
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25



# Mer om $y = e^x$

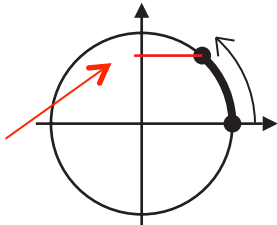
Funktion	alternativt skrivsätt	Hur få funktionsvärdet?	Maclaurinutveckling
$y = e^x$	<b>exp x</b>	beräkna e ( $\approx 2,718\dots$ ) upphöjt till x	$e^x = 1 + \frac{1}{1!}x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \dots$

x	$y = e^x$
0	1
0,5	$\approx 1,65$
1,0	$\approx 2,72$
1,5	$\approx 4,48$
2,0	$\approx 7,39$
2,5	$\approx 12,18$

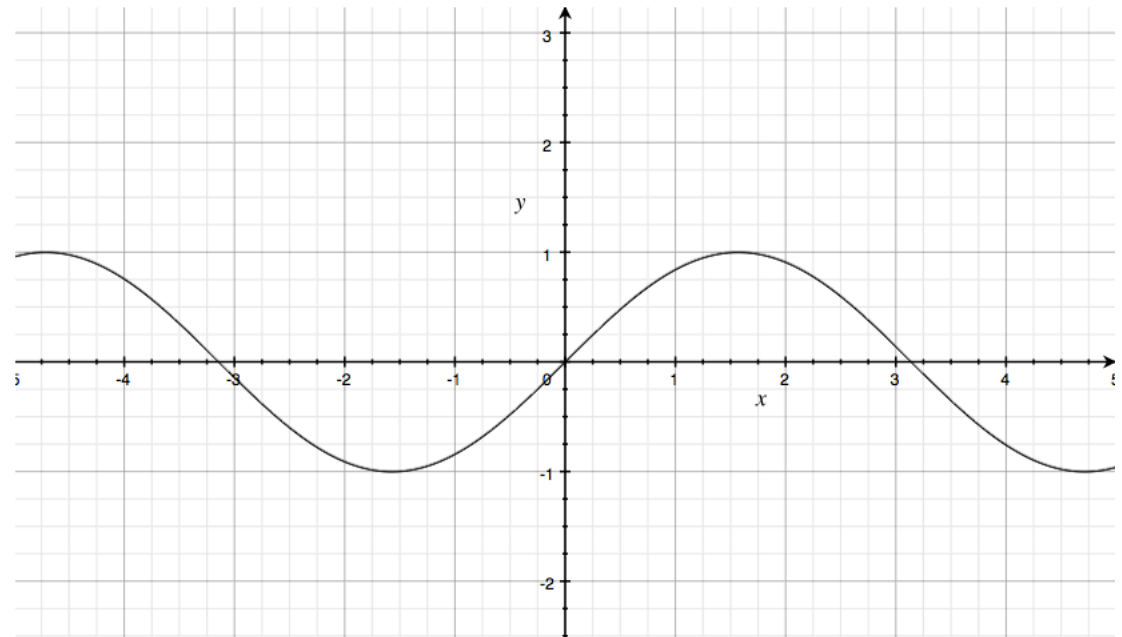


Räknaren ger funktionsvärden!

# Mer om $y = \sin x$

Funktion	alternativt skrivsätt	Hur få funktionsvärdet?	Maclaurinutveckling
$y = \sin x$	$\sin x$	<p>Gör en enhetscirkel. Ställ dig i <math>(0,1)</math>.            Gå <math>x</math> längs bågen i positiv riktning.            Läs av <math>y</math>-koordinaten.</p> 	$\sin x = \frac{1}{1!}x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \dots$

$x$	$y = \sin x$
0	0
0,5	$\approx 0,48$
1,0	$\approx 0,84$
1,5	$\approx 1,00$
2,0	$\approx 0,91$
2,5	$\approx 0,60$



Räknaren (inställd på radianer) ger funktionsvärden!





# Källor

---

[1] J. Thompson & T. Martinsson, *Matematiklexikon* (Wahlström & Widstrand, 1991), s. 33

[2] L. Råde & B. Westergren, *Beta Mathematics Handbook* (Studentlitteratur, 1990), s. 177-179.