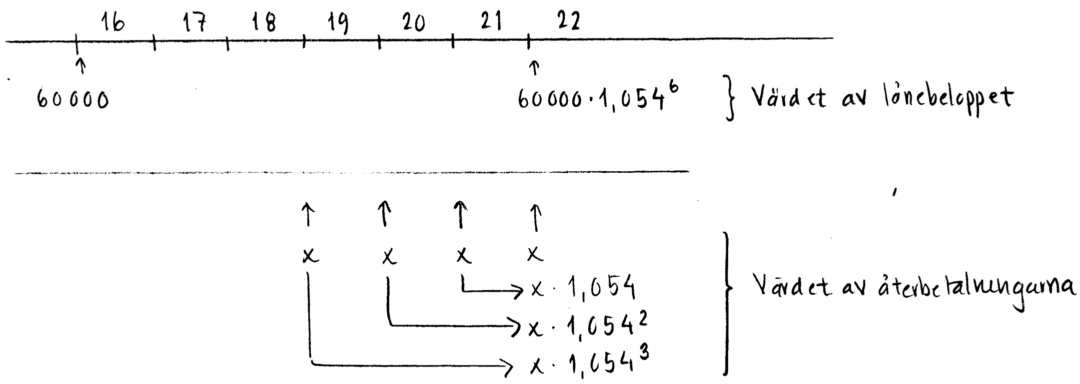
I början av 2016 tog Nils ett lån på 60 000 kr. Lånet, med ränta, ska betalas tillbaka med lika stora belopp (annuiteter) i början av åren 2019 till och med 2022.
Hur stor ska varje annuitet vara? Årsräntan är 5,4 %.

<u>Lösningsmetod A:</u>

Låt varje annuitet vara x kr.



Värdet av återbetalningarna (med ränta) i början av 2022:

$$x + x \cdot 1{,}054 + x \cdot 1{,}054^2 + x \cdot 1{,}054^3$$

Detta är en geometrisk summa med $a_1 = x$, $k = 1{,}054$ och $n = 4$:

$$s_4 = \frac{x(1{,}054^4 - 1)}{1{,}054 - 1} \qquad (1)$$

Värdet av lånebeloppet (med ränta) i början av 2022:

$$60\,000 \cdot 1{,}054^6 \qquad (2)$$

Sätter vi (1) och (2) lika får vi

Då borde både Nils och banken vara nöjda

$$\frac{x(1{,}054^4 - 1)}{1{,}054 - 1} = 60\,000 \cdot 1{,}054^6 \qquad (*)$$

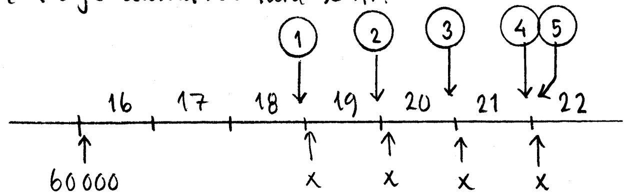
$$4{,}336x = 82\,261$$

$$x = 18\,972$$

<u>Svar:</u> 18 972 kr

Lösningsmetod B:

Låt varje annuitet vara x kr.



Vi skriver upp uttryck för hur mycket Nils är skyldig banken vid olika tidpunkter:

Vid 1: $60000 \cdot 1{,}054^3$

2: $(60000 \cdot 1{,}054^3 - x)1{,}054$

3: $((60000 \cdot 1{,}054^3 - x) \cdot 1{,}054 - x)1{,}054$

4: $(((60000 \cdot 1{,}054^3 - x) \cdot 1{,}054 - x) \cdot 1{,}054 - x) \cdot 1{,}054$

5: $(((60000 \cdot 1{,}054^3 - x) \cdot 1{,}054 - x) \cdot 1{,}054 - x) \cdot 1{,}054 - x$

Vi ska nu bestämma x så att detta uttryck får värdet 0. Vi får ekvationen

$$(((60000 \cdot 1{,}054^3 - x) \cdot 1{,}054 - x) \cdot 1{,}054 - x) \cdot 1{,}054 - x = 0$$

$$((60000 \cdot 1{,}054^4 - 1{,}054x - x) \cdot 1{,}054 - x) \cdot 1{,}054 - x = 0$$

$$(60000 \cdot 1{,}054^5 - 1{,}054^2x - 1{,}054x - x) \cdot 1{,}054 - x = 0$$

$$60000 \cdot 1{,}054^6 - 1{,}054^3x - 1{,}054^2x - 1{,}054x - x = 0$$

$$60000 \cdot 1{,}054^6 = x + 1{,}054x + 1{,}054^2x + 1{,}054^3x$$

$$60000 \cdot 1{,}054^6 = x\underbrace{(1 + 1{,}054 + 1{,}054^2 + 1{,}054^3)}_{\frac{1(1{,}054^4 - 1)}{1{,}054 - 1}}$$

$$60000 \cdot 1{,}054^6 = \frac{x(1{,}054^4 - 1)}{1{,}054 - 1}$$

Detta är precis samma ekvation som $(*)$ på förra sidan, och lösningen är $x = 18972$

Svar: 18 972 kr