

## Sats 36. Teorem.

(Fig. 132.) Om två räta linjer gå till en cirkellinje från en yttre punkt och den ena av dem skär cirkellinjen, men den andra tangerar, så är rektangeln av hela sekanten och den delen, som ligger utom cirkellinjen, lika med kvadraten på tangenten (def. 2 anm.).

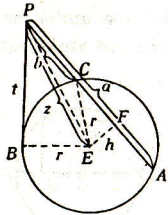


Fig. 132.

Antagande: PA skär cirkellinjen E i A och C; PB tangerar den i B; PA = a, PC = b, PB = t.

Påstående:  $ab = t^2$ .

Konstr. Fäll EF (=h)  $\perp$  PA och drag EC (=r), EB (=r) och EP (=z).

Bevis. CF är  $= \frac{a-b}{2}$ ; PF är  $= \frac{a-b}{2} + b = \frac{a+b}{2}$ . Enl.

I: 47 är nu

$$z^2 = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + h^2 = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{4} + h^2;$$

$$r^2 = \left(\frac{a-b}{2}\right)^2 + h^2 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab}{4} + h^2; \therefore z^2 - r^2 = ab.$$

Men  $z^2 = t^2 + r^2$ ,  $\therefore z^2 - r^2 = t^2$ ,  $\therefore ab = t^2$ . V. S. B.

(Fig. 132 a.) Anm. Satsen gäller även om sekanten går genom medelpunkten, d. v. s. då h är = 0. I detta fall sker beviset enklare sålunda:

$$a = z + r, b = z - r, \therefore ab = (z+r)(z-r) = z^2 - r^2 = t^2.$$

Följdsats. Härav följer, att om flera räta linjer äro dragna från samma punkt utom en cirkellinje, så äro de rektanglar lika stora, som innehållas av var och en sådan linje och dess utom cirkellinjen belägna del.

Anm. Av sats 35 och 36 kan man nu finna, att om flera räta linjer, som skära varandra i samma punkt, även skära en cirkellinje, så äro

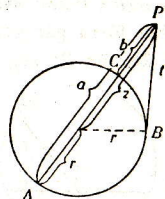


Fig. 132 a.

rektanglarna av de delar, som ligga emellan linjernas skärningspunkt och varderas skärningspunkter med cirkellinjen (kordornas segment), lika stora.

## Sats 36. A. Problem.

(Fig. 133.) Att finna huru långt en given rät linje (AB) bör dragas ut, för att rektangeln av hela den därigenom uppkomna linjen och förlängningen må bli lika med kvadraten på en given rät linje (M).

Lösning. Rita över AB som diameter en cirkel, drag genom A en tangent AP och gör AP = M. Sammanbind P med medelpunkten C. Då är PE den sökta.

Konstr. Drag ut PC till periferin i F.

Bevis.  $PE \cdot PF = AP^2 = M^2$  (konstr., sats 36); men  $EF$  är = AB,  $\therefore PE (AB + PE) = M^2$ , d. v. s. att AB skall dragas ut ett stycke = PE. V. S. G.

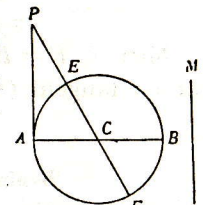


Fig. 133.

Anm. 1. Detta problem kan även uttryckas så: att konstruera en rektangel, vars yta är =  $M^2$  och i vilken skillnaden mellan två närliggande sidor är = AB. Detta innefattar dock mera än det förra, nämligen även följande: att finna en sådan linje, att rektangeln av linjen samt dess överskott över AB blir =  $M^2$ ; men lösningen blir även då densamma, fastän den sökta linjen i det fallet blir PF.

Anm. 2. Detta problem kan även formuleras sålunda: att geometriskt lösa ekvationen  $x^2 + ax = t^2$ . Sättes  $M = t$ ,  $AB = a$ , så blir  $x = PE$ .

## Sats 37. Teorem.

(Fig. 134.) Om två räta linjer gå till en cirkellinje från en yttre punkt, så att den ena skär cirkellinjen, men den andra endast råkar den; och om det då händer, att rektangeln av hela sekanten och dess utom cirkellinjen belägna del är lika med kvadraten på den andra linjen, så är den senare linjen en tangent.

Antagande:  $PB^2 = PA \cdot PC$ .

Påstående: PB är en tangent.

Konstr. Sök medelpunkten E, drag från P

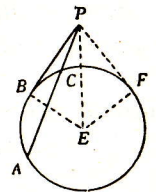


Fig. 134.