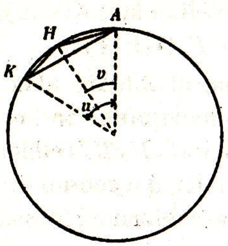

Fig. 151.

Påstående: HK är sida i den inskrivna reguljära 15-hörningen, som sedan lätt uppritas.

Konstr. Sammanbind medelpunkten med A, H och K.

Bevis. $v = \frac{1}{10} \cdot 4R$, $u = \frac{1}{6} \cdot 4R$, $\because u - v = \frac{1}{15} \cdot 4R$, $\because HK$ är sida i den reguljära 15-hörningen. V. S. B.

Anm 1. När en reguljär månghörning kan inskrivas i en cirkel, så kan man alltid inskriva en annan, som har dubbelt så många sidor. Detta följer av III: 30, s. 97. Emedan man t. ex. kan inskriva en reguljär 6-hörning, så kan man genom att halvera de bågar, som dennas sidor upptaga, inskriva en reguljär 12-hörning, sedan en reguljär 24-hörning o. s. v. Kan man inskriva en reguljär månghörning med ett jämnt antal sidor, så kan man genom att sammanbinda varannan vinkelspets inskriva en, som har hälften så många sidor. Så inskrives 5-hörningen i sats 11 och den liksidiga △:n i sats 15 f. 2.

Anm. 2. Med anledning av sats 12 f. är det av nöden att veta, om en reguljär månghörning med ett uppgivet antal sidor kan inskrivas i en cirkel med de utvägar, som elementargeometrin giver (Jfr III: 30, anm.). Sammanfattas det förut sagda, så finner man, att genom nämnda utvägar endast *de* reguljära månghörningar kunna inskrivas, vilkas sidoantal innefattas i något av följande uttryck:

$$3 \cdot 2^n;\ 4 \cdot 2^n;\ 5 \cdot 2^n;\ 3 \cdot 5 \cdot 2^n,$$

varest n betyder ett helt tal eller 0.

Anm. 3. Det är ofta behövligt att veta, huru stor vardera vinkeln i en reguljär månghörning är. Detta kan man finna på följande sätt:

Varje rätlinig figur (reguljär eller icke) kan genom diagonaler indelas i trianglar, som till antalet äro två mindre än sidorna, d. v. s. om en rätlinig figur har n sidor, så kan den genom diagonaler indelas i $n - 2$ trianglar. (Man sammanbinder *en* vinkelspets med alla de andra.) Summan av dessa vinklar är = summan av månghörningens vinklar och $= 2(n-2) \cdot R$. Är månghörningen reguljär, så äro de alla lika stora. Som deras antal är n, så blir i en reguljär månghörning med n sidor varje $\wedge = \frac{2(n-2)}{n} \cdot R = 2R - \frac{4R}{n} = 180° - \frac{360°}{n}$. I en reguljär 5-hörning är således varje vinkel $= \frac{6}{5} R = 108°$; i en reguljär 6-hörning $= \frac{4}{3} R = 120°$; i en reguljär 8-hörning $= \frac{3}{2} R = 135°$ o. s. v. Jfr övn. 48—50, s. 57.

*

Övningsuppgifter till Fjärde boken.

106. Bevisa, att om två trianglar stå på samma bas och hava de vinklar, som stå emot basen på samma sida, lika stora, så kan en cirkellinje gå genom båda vinkelspetsarna och basens ändpunkter.

107. Om en fyrhörning kan omskrivas omkring en cirkel, så är summan av två motstående sidor lika med summan av de övriga sidorna.

108. Formulera och bevisa omvändningen av föregående sats.

109. Om en cirkel tangerar en av en triangels sidor och de båda övrigas förlängningar, så är tangenten från den mot den första sidan stående vinkelns spets lika med triangelns halva omkrets.

110. Om en cirkel är inskriven i en triangel, så är summan av tangenten till cirkeln från ett av triangelns hörn och hela den motstående sidan lika med triangelns halva omkrets.

111. Diagonalerna i en reguljär femhörning dela varandra i det gyllene snittet.

*112. I cirkeln E drages diametern AEB och den däremot vinkelräta radien EC. Mittpunkten D på EB sammanbindes med C, och på DA avskäres ett stycke $DF = DC$. Bevisa att CF är = sidan i den inskrivna femhörningen.

*113. Om man knyter ett tunt band i en enkel knut, fås en regelbunden femhörning.