

fall är det ofta brydsamt att finna dem, och om man får en anvisning, så är det ej alltid lätt att inse de skäl, som lett till det föreslagna förfarandet. I denna ofta förekommande händelse användes den analytiska metoden. I många problem (jfr I: 1, 2, 22 m. fl.) sökes en punkt, som skall uppfylla vissa villkor, och då kunna geometriska orter med fördel användas. Man får då två, en eller ingen lösning, allteftersom orterna träffas i två, en eller ingen punkt. Jfr f. ö. anvisningar i det föreg. (ss. 46, 47, 99, 103, 109, 110, 113, 114, 117).

För att bestyrka det ovan anförda samt giva någon ledning för tillämpningen därav följä här några exempel.

Ex. 1. Att inskriva en cirkel i en given triangel ABC.

Här kan den syntetiska metoden bekvämligen användas. Av IV: def. 5 vet man nämligen, att den sökta cirkeln skall tangera alla sidorna, och av III: 17 anm., att, om en cirkel tangerar två räta linjer, så ligger dess medelpunkt på bisektrisen. Härmed är lösningen på IV: 4 genast funnen.

Vill man använda den analytiska metoden, så antages den inskrivna cirkeln vara funnen och man kan då sammanbinda medelpunkten D (fig. 138) med tangeringspunkterna E, F, G och med ett par vinkelspetsar B och C . Av III: 17 anm. vet man då, att $BE = BF$, alltså $\triangle BED \cong \triangle BFD$ (III: 18, 1:a kongr. f.) och $\angle DBE = \angle DBF$ eller $\angle ABC$ mitt ituskuren. På samma sätt med $\angle ACB$. Därav syntesen.

Ex. 2. Att konstruera en likbent triangel, som har vardera vinkeln vid basen dubbelt så stor som vinkeln vid spetsen.

Detta problem förefaller ej lätt, innan man sett anvisningen till dess lösning, och sedan den blivit erhållen är man ännu oviss, huru den blivit funnen. Tillämpas den analytiska metoden därpå, d. v. s. antages $\triangle ABC$ (fig. 145) vara den sökta ($AB = AC$), så finner man, om $\angle ACB$ delas mitt itu genom CD , att $\angle ACD$ måste vara $= \angle A$, således

$AD = CD$ (I: 18 A). Vidare är $\angle BDC = \angle A + \angle ACD$ (I: 32) $= 2\angle A = \angle B$, alltså $BC = CD = AD$. Fäller man $CE \perp AB$, så finner man av II: 13, att $AC^2 + 2BE \cdot AB = AB^2 + BC^2$; men nu är, såsom lätt bevisas (3:e kongr. f.), $BD = 2BE$, varjämte man har $AB = AC$; alltså är (ax. 3) $AB \cdot BD = BC^2 = AD^2$; d. v. s. AB skall tudelas så, att rektangeln av hela linjen och den ena delen blir = kvadraten på den andra delen, vilket visas i II: 11. Härav får man nu lätt syntesen i IV: 10 och inser även skälet därtill.

(Fig. 152.) *Ex. 3. Teorem. Om en rät linje (DE) drages parallell med basen (BC) i en triangel, så blir rektangeln (cy) av ena sidan och den ena avskurna delen av den andra sidan lika med rektangeln (bx) av den andra sidan och den motsvarande delen av den första sidan (transversalsatsen).*

Tänker man efter, vilka satser det finns att stödja sig på, så ligger det närmast till hands att försöka med sådana, där man bevisar att två rektanglar äro lika, och dessa äro I: 43, III: 35 och III: 36, f. Innebörden av den sista satsen är den, att om en cirkel går genom B, C, D' och E' , så är $c \cdot AE' = b \cdot AD'$. För beviset har man alltså att göra $AD' = x$ och $AE' = y$ och bevisa, att en cirkel kan läggas genom B, C, D' och E' , d. v. s. att fyrhörningen $BCD'E'$ är ett cirkeltrapets (enl. IV: 9 anm.).

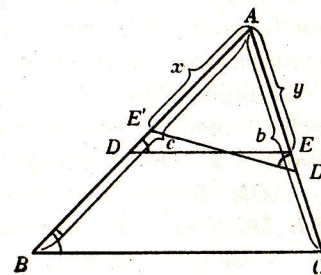


Fig. 152.

Bevis. $\triangle AD'E' \cong \triangle ADE$ (1:a kongr. f.), $\therefore \angle AD'E' = \angle ADE = \angle B$, $\therefore \angle B + \angle E'D'C = \angle AD'E' + \angle E'D'C = 2R$. V. S. B.

(Fig. 153.) *Ex. 4. Att från en vinkelspets A i en triangel ABC draga en rät linje till basen BC, så att kvadraten*