

på den räta linjen blir lika stor med rektangeln av basens delar.

Antag, att AD är den sökta linjen, så att man har $BD \cdot DC = \overline{AD}^2$. Om nu en cirkel omskrives kring $\triangle ABC$ (IV: 5) och AD utdrages till cirkellinjen i E , så är $BD \cdot DC = AD \cdot DE$ (III: 35) $= \overline{AD}^2$ eller $AD = DE$, d. v. s. AE mitt ituskuren. Den linje, som sammanbinder D med medelpunkten M , skall då vara vinkelrät mot AE (III: 3). Man skall således över AM som hypotenusan så konstruera en rätvinklig \triangle , att den räta vinkelns spets faller på BC , d. v. s. man har att över AM som diameter upprita en cirkel (III: 31), då den sökta punkten blir den eller de, i vilka cirkellinjen råkar BC . Om den icke råkar BC , så är problemet omöjligt; om den tangerar BC , så finnes *en*, och om den skär BC , så finnes *två* sådana punkter, som begärdes. Härav fås följande lösning:

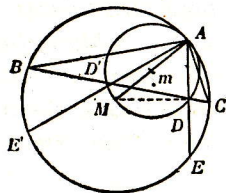


Fig. 153.

Omskriv en cirkel kring $\triangle ABC$, sammanbind A med medelpunkten M , rita över AM som diameter en cirkel och sammanbind A med den eller de punkter D, D' , i vilka cirkellinjen råkar BC . För bevisets skull sammanbindas D och M med A , varjämte AD utdrages, tills den råkar cirkellinjen i E . Då är $BD \cdot DC = AD \cdot DE$ (III: 35); men emedan $\angle ADM$ är rät (III: 31), så är $AD = DE$ (III: 3), alltså $BD \cdot DC = \overline{AD}^2$. På samma sätt bevisas, att $BD' \cdot D'C = \overline{AD'}^2$ V. S. G.

(Fig. 154.) *Ex. 5.* Att på en given cirkellinje ABC finna en sådan punkt, att, om från densamma två tangenter dragas till en lika stor cirkel DEF av givet läge, kordan, som förenar tangeringspunkterna, är lika med den korda i den förra cirkeln, som uppkommer genom att förena de punkter, i vilka cirkellinjen skäres av de två utdragna tangenterna; och att bestämma gränserna för problemets möjlighet.

Vid detta tillfälle synes ingenting i det föregående giva

någon ledning, och man kan ej ens rita en riktig figur, vilket annars, då man får taga vad man vill efter behag, ofta låter sig göra. Nu nödgas man tills vidare rita efter ögonmått, så gott ske kan. Antag då, att A är den sökta punkten och drag därifrån tangenterna AD, AF samt drag ut DA och FA till C och B resp.; då skall DF vara $= BC$. Sammanbind O med A, D och F . Antages $BC = DF$, så är bågen $BC =$ bågen DF och de periferivinklar, som stå på dessa bågar, även lika (III: 27); men nämnda vinkel i cirkeln DEF är hälften av $\angle DOF$ eller $= \angle AOD$, emedan OA delar $\angle DOF$ mitt itu. Således är $\angle BAC = \angle AOD$;

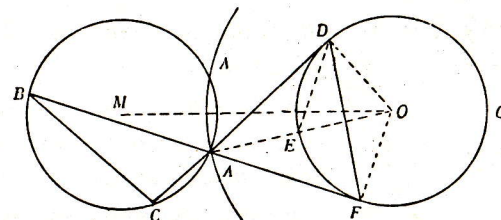


Fig. 154.

men nu är ock $\angle BAC = \angle DAF$ (I: 15), således $\angle DAF = \angle AOD$. Som nu $\angle DAO$ är $= \frac{1}{2} \angle DAF$, så är $\angle AOD = 2 \angle DAO$; men $\angle ADO$ är $= R$ (III: 18), alltså $\angle AOD + \angle DAO = R = 3 \angle DAO$ eller $\angle DAO = \frac{1}{3} R$, $\angle AOD = \frac{2}{3} R$. Sammanbindes D med E , så finner man lätt, att $AO = 2 DO =$ cirkelns diameter. Den syntetiska lösningen blir alltså följande.

Tag O till medelpunkt för en cirkel, vars radie är $=$ den givnas diameter; då fås den sökta punkten. (I närvarande figur äro de två.) Nu skall bevisas, att om tangenterna AD och AF dragas samt DA och FA utdragas till den förra cirkellinjen i C och B , linjen DF blir $= BC$.

För beviset sammanbindes O med A, F och D .

Emedan $AO = 2 DO$ samt $DE =$ halva hypotenusan