Lösning. Drag genom A en rät linje $AD = CG$ (sats 2) och rita en cirkellinje, som har A till medelpunkt och går genom D; den skär då AB eller dess förlängning i en punkt E.

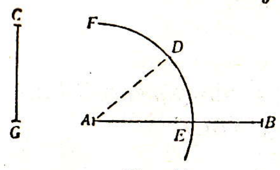

Fig. 19.

Påstående: AE är det begärda stycket.

Bevis. Emedan cirkellinjen A går genom D och E, så är $AE = AD$ (def. 15); men nu är $AD = CG$ (konstr.), således också $AE = CG$ (ax. 1). V. S. G

*

Övningsuppgifter till satserna 1—3.

1. På en rät linje AB är en punkt C tagen. Avskär på BA ett stycke från B räknat, som är $= AC$.
2. På en rät linje AB är en punkt C tagen. Hur kan man pröva, om punkten C ligger mitt på AB, eller om den ligger närmare A eller B?
3. En rät linje AB är given. Konstruera en rät linje, som är mindre än AB men större än halva AB.
4. Att på en given rät linje AB som bas upprita en likbent triangel, där vardera av de lika stora sidorna är större än halva AB.
5. Att på en given rät linje upprita en likbent triangel, där vardera av de båda lika stora sidorna är dubbelt så stor som basen.
6. Tag en punkt A till medelpunkt och rita upp en cirkelbåge. Tag två punkter, B och C, på denna båge och sammanbind B med C medelst räta linjen BC. Drag även AB och AC. Drag ut AB och AC, och tag B till medelpunkt för en cirkel, som går genom C, den skär då AB:s förlängning i en punkt D. Rita med A till medelpunkt en cirkelbåge, som går genom D och skär AC:s förlängning i en punkt E. Tag slutligen C till medelpunkt för en cirkel, som går genom E. Bevisa, att denna cirkel även går genom B.

Sats 4. Teorem. (1:a kongruensfallet.)

(Fig. 20 a, b.) *Om två sidor och mellanliggande vinkel i en triangel (ABC) äro lika stora med motsvarande element i en annan triangel (DEF), så äro trianglarna kongruenta, d. v. s. baserna* äro lika stora ävensom ytorna och de övriga vinklarna, som stå mot lika stora sidor.*

Antagande: $AB = DE$, $AC = DF$, $\wedge A = \wedge D$.

Påstående: $BC = EF$, $\triangle ABC = \triangle DEF$, $\wedge B = \wedge E$, $\wedge C = \wedge F$.

Bevis. Om (fig. 20 a) $\triangle ABC$ lägges på $\triangle DEF$, så att punkten A kommer på D och linjen AB utefter DE, så *måste* punkten B falla på E, emedan $AB = DE$ (ant.). Vidare måste AC falla utefter DF, emedan $\wedge A = \wedge D$ (ant.) och punkten C falla på F, emedan $AC = DF$ (ant.). Efter-

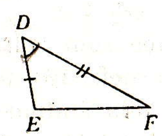

Fig. 20.

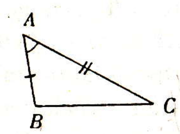

Fig. 20 a.

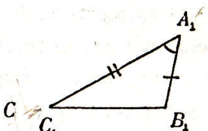

Fig. 20 b.

som nu B faller på E och C på F, så måste ock basen BC sammanfalla med basen EF, emedan annars två räta linjer skulle kunna innesluta ett område, vilket är omöjligt (ax. 10). I följd av allt detta är således $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (jfr anm. till ax. 8) och $\wedge B = \wedge E$, $\wedge C = \wedge F$, emedan deras vinkelben falla utefter varandra. V. S. B. (»vilket skulle bevisas»).

I fig. 20 b måste $\triangle A_1B_1C_1$ först tagas ut ur planet och vändas om, varpå den åter lägges ned (på »avigsidan») i planet i läget ABC. Den får då samma utseende som i fallet a), och beviset fortsättes såsom i detta fall.

Anm. 1. I fallet a) sägas trianglarna vara *direkt* kongruenta; i fallet b) sägas de vara *symmetriskt* kongruenta.

* Då man vill särskilt tala om en sida i en $\triangle$, plägar man kalla den för *bas.*