

Anm. 2. Sats 4 förutsätter två nya egenskaper hos planet:

- a) att man kan flytta en triangel från ett ställe till ett annat och  
b) att man kan vända om en triangel,  
utan att triangelns sidor, yta och vinklar ändras till sin storlek.

Anm. 3. Då två trianglar äro kongruenta, bör man alltid vid deras nämnande säga de bokstäver, som stå vid lika stora vinklar, i samma ordning.

**Sats 4. A. Problem.**

Att upprita en triangel, som har två sidor lika stora med var sin av två givna räta linjer och mellanliggande vinkel lika stor med en given vinkel.

Lösning. Avskär på den givna vinkelns ben stycken, lika stora med de båda. givna linjerna (sats 3), och sammanbind de så erhållna punkterna; då är det begärda gjort. — Beviset ligger i själva lösningen. V. S. G.

\*

Övningsuppgifter till satserna 4 och 4 A.

7. Bevisa, att en punkt v. s. h. (vilken som helst) på en given sträckas mittpunktsnormal (def. 10) ligger på lika stort avstånd från sträckans båda ändpunkter.
8. En sträcka och dess mittpunktsnormal äro givna. Att på en given obegränsad rät linje finna en sådan punkt, att dess avstånd från sträckans ändpunkter äro lika stora. Är uppgiften alltid möjlig?
9. Om två räta linjer dela varandra mitt itu under räta vinklar och ändpunkterna sammanbindas, så blir den så erhållna fyrsidingen en romb.
10. Om man angående en månghörnings alla sidor utom en och alla vinklar utom de två, som ligga vid denna sida, vet, att de äro lika med motsvarande element i en annan månghörning, så äro även den återstående sidan och de återstående vinklarna i den första månghörningen lika med motsvarande element i den andra.
11. Om alla sidor och vinklar i en månghörning äro lika med motsvarande element i en annan månghörning, så kunna månghörningarna medelst diagonaler indelas i kongruenta trianglar.

12. Om en figur vrider sig omkring en punkt utan att ändras, så vrida sig alla räta linjer i figuren, vilka gå genom punkten, lika stora vinklar.
13. Bevisa, att om två vinklar och mellanliggande sida i en triangel äro lika med motsvarande element i en annan triangel, så äro trianglarna kongruenta. (Bevisas p. s. s. som sats 4.)

\*14. I  $\triangle ABC$  är  $AB = AC$ . Vidare äro  $AB$  och  $AC$  utdragna åt  $B$  och  $C$  till  $D$  och  $E$  resp. så, att  $BD = CE$ , och slutligen äro  $BE$  och  $CD$  dragna. Bevisa 1) att  $\triangle ADC \cong \triangle AEB$ ; 2) att  $\triangle BDC$  är  $\cong \triangle CEB$ ; 3) att  $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ACB$  (»åsnebryggan»).

15. Bevisa, att om man i en likbent triangel drar ut de lika stora sidorna åt basen till, så äro de yttre vinklarna lika stora (övn. 14: 2).

Anm. Enl. s. 4 anm. 2 och ö 11 kan en månghörning v. s. h. flyttas hur som helst i planet och även vändas om, utan att dess sidor, vinklar och diagonaler ändras.

**Sats 5. Teorem.**

(Fig. 21.) Vinklarna ( $B$  och  $C$ ), som stå emot de lika stora sidorna ( $AC$  och  $AB$ ) i en likbent triangel ( $ABC$ ), äro lika stora.

Antagande:  $AB = AC$ .

Påstående:  $\sphericalangle B = \sphericalangle C$ .

Bevis. Låt  $\triangle ABC$  flyttas så, att den får läget  $A'B'C'$  med  $\sphericalangle C' = \sphericalangle C$ ,  $\sphericalangle B' = \sphericalangle B$ .

Då är  $\triangle A'B'C'$  i alla avseenden likadan som  $\triangle ABC$ , utom det att den har ett på förenämnda sätt olika läge. Nu kan man på samma sätt som i sats 4 a) visa, att  $\triangle A'C'B'$  är direkt  $\cong \triangle ABC$ , således  $\sphericalangle C' = \sphericalangle B$ ; men  $\sphericalangle C'$  är ock  $= \sphericalangle C$ , alltså  $\sphericalangle B = \sphericalangle C$  (ax. 1). V. S. B.

Följdsats. Härav följer, att alla vinklarna i en liksidig  $\triangle$  äro lika stora.

\* De med \* utmärkta övningsatserna äro något svårare.

