

Övningsuppgifter till sats 5.

16. Om två lika stora räta linjer skära varandra mitt itu under räta vinklar och om ändpunkterna sammanbindas, så bliva i den så uppkomna fyrhörningen alla vinklar lika stora.
17. Bevisa att motstående vinklar i en romb äro lika stora.
18. Om två likbenta trianglar stå på samma bas, vare sig på samma eller motsatta sidor om basen, så kommer spetsarnas sammanbindningslinje — utdragen om så behövs — att a) dela vinklarna vid spetsarna mitt itu och b) skära basen mitt itu under räta vinklar. Gäller något motsvarande om romben?
19. Om två vinklar i en triangel äro lika stora, så äro de motstående sidorna lika stora (=Eukl. sats 6). (Bevisas p. s. s. som sats 5 med användning av övn. 13.)
- *20. Om två icke sammanfallande trianglar ABC och ABD stå på samma bas AB och åt samma sida om AB , så kan icke samtidigt $AC = AD$ och $BC = BD$. Ledning: 1) Man bevisar först, att C eller D icke kan falla på någon av den andra triangelns sidor, eller deras förlängningar; 2) sedan bevisar man, att trianglarna inte kunna falla så, att två sidor skära varandra, ty om de fölle så och man sammanbinder vinkelspetsarna, så kommer man enl. sats 5 till en orimlighet — vilken? 3) Om slutligen den ena triangeln fölle helt och hållet inuti den andra, och om man då gör samma konstruktion, så ledes man enl. sats 5 och övn. 15 till en orimlighet (=Eukl. sats 7).
- *21. Om två trianglar ABC och ABD stå på samma bas AB åt samma sida om AB , och om $AC = AD$, $BC = BD$, så måste trianglarna sammanfalla (enl. 20).

Sats 6. Teorem

= sats 18 A.

Sats 7. Teorem

utelämnas (jfr övn. 20).

Sats 8. Teorem. (2:a kongruensfallet.)

(Fig. 22 a, b, c.) Om de tre sidorna i en triangel äro lika med var sin sida i en annan triangel, så äro trianglarna kongruenta.

Antagande: $AB = DE$, $AC = DF$, $BC = EF$.

Påstående: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (jfr anm. till ax. 8).

Konstruktion för beviset. Flytta $\triangle DEF$ och lägg punkten E på B och EF utefter BC ; då måste punkten F falla på C , emedan $EF = BC$ (ant.); giv därjämte åt $\triangle DEF$ ett sådant läge som $\triangle GBC$. Emedan således $\triangle GBC$ är densamma som $\triangle DEF$ i ett annat läge, så är $GC = DF = AC$, $GB = DE = AB$, $\angle BGC = \angle D$. Drag AG , som då kommer att falla antingen a) mellan B och C eller b) gå genom endera t. ex. C eller c) falla på samma sida om B och C .

Bevis. a. Emedan $BA = BG$, så är $\angle BAG = \angle BGA$ (sats 5), och emedan $CA = CG$, så är $\angle CAG = \angle CGA$. Läggas de senare till de förra, så blir (ax. 2) $\angle BAC = \angle BGC = \angle D$. Emedan nu $AB = DE$, $AC = DF$ och $\angle BAC = \angle D$, så är $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (sats 4).

b. I detta fall följer omedelbart av sats 5, att $\angle A = \angle G = \angle D$, således även nu trianglarna kongruenta (1:a kongr. f.).

c. Emedan $BA = BG$, så är $\angle BAG = \angle BGA$ (sats 5), och emedan $CA = CG$, så är $\angle CAG = \angle CGA$. Borttagas dessa från de förra, så är (ax. 3) $\angle BAC = \angle BGC = \angle D$, och sedan trianglarna kongruenta (1:a kongr. f.). V. S. B.

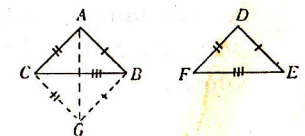


Fig. 22 a.

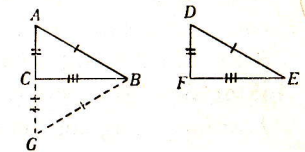


Fig. 22 b.

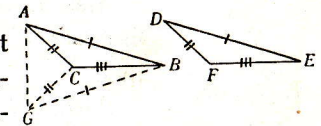


Fig. 22 c.

