

Övningsuppgifter till sats 8.

22. Den räta linje, som i en likbent triangel drages från spetsen till basens mittpunkt, är vinkelrät mot basen och delar vinkeln vid spetsen mitt itu.
23. I en romboid äro motstående vinklar lika stora, och vinklarna mellan en diagonal och två motstående sidor äro lika stora.
24. Diagonalerna i en romboid skära varandra mitt itu (enl. övn. 23 och 13).
25. Om diagonalerna i en romboid äro lika stora, så äro alla vinklarna lika stora.
26. Bevisa, att två cirklar ej kunna skära varandra i mer än två punkter, en på vardera sidan om den räta linje, som går genom cirkelarnas medelpunkter (*medelpunktslinjen*).

Sats 9. Problem.

(Fig. 23.) Att dela en given vinkel mitt itu.

Givet:  $\angle BAC$ .

Sökt: En rät linje, som går genom  $A$  och gör lika stora vinklar med  $BA$  och  $CA$ .

Lösning. Tag på ena vinkelbenet  $AB$  en punkt  $D$  efter behag, gör  $AE = AD$  (sats 3), sammanbind  $D$  med  $E$  och rita över  $DE$  en liksidig (eller likbent)  $\triangle DFE$  (sats 1). Sammanbind  $A$  med  $F$ .

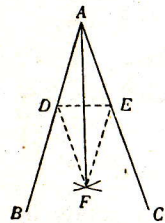


Fig. 23.

Påstående: Räta linjen  $AF$  delar  $\angle BAC$  mitt itu.

Bevis. Emedan  $AD = AE$  (konstr.),  $DF = EF$  (konstr.) och  $AF$  är gemensam, d. v. s. hör till båda  $\triangle$ na  $AFD$  och  $AFE$ , så äro trianglarna kongruenta (2:a kongr. f.),  $\therefore \angle DAF = \angle EAF$ , och således  $\angle BAC$  delad mitt itu. V. S. G.

Anm. Cirklarna behöva ej upprättas helt och hållet, utan blott så, att man får cirkellinjernas ena skärningspunkt  $F$ . Ritningen blir i allmänhet

noggrannast, om  $F$  toges på den sida om  $DE$ , där  $A$  icke är; men om utrymmet ej medger detta, kan  $F$  tagas på samma sida om  $DE$ , där  $A$  är.

Sats 10. Problem.

(Fig. 24.) Att dela en given sträcka mitt itu.

Givet: Sträckan  $AB$ .

Sökt: En punkt på  $AB$ , som ligger lika långt från  $A$  som från  $B$ .

Lösning. Rita på  $AB$  en liksidig  $\triangle ABC$  och skär  $\angle ACB$  mitt itu medelst  $CQ$  (sats 9).

Påstående:  $D$  är den sökta punkten.

Bevis. Emedan  $AC = BC$  (konstr.),  $CD$  gemensam och mellanliggande  $\angle ACD =$  mellanliggande  $\angle BCD$ , så är  $\triangle ACD \cong \triangle BCD$  (1:a kongr. f.), och således  $AD = BD$ . V. S. G.

Anm. Linjen  $AF$  i sats 9 delar  $DE$  mitt itu, vilket lett till nu använda konstruktion. Då i det följande en rät linje  $AB$  skall delas mitt itu, tager man vardera ändpunkten till medelpunkt för cirklar med samma radie ( $= AB$ ) och sammanbinder deras skärningspunkter.

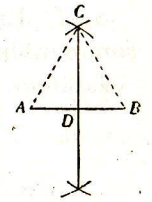


Fig. 24.

Sats 11. Problem.

(Fig. 25.) Att från en punkt på en till läget given rät linje draga en mot denna vinkelrät linje (normal).

Givet: Räta linjen  $AF$  och punkten  $C$  på densamma.

Sökt: En rät linje, som går genom punkten  $C \perp AF$ .

Lösning: Tag på  $AF$  en punkt  $B$  efter behag, avskär på andra sidan om  $C$  ett stycke  $CD = CB$  (sats 3), rita på  $BD$  en liksidig  $\triangle BED$  (sats 1) och sammanbind  $C$  med  $E$ .

Påstående:  $CE \perp AF$ .

Bevis. Emedan  $CD = CB$  (konstr.),  $CE$  gemensam och  $DE = BE$  (konstr.), så är  $\triangle CDE \cong \triangle CBE$  (2:a kongr. f.) och således  $\angle DCE = \angle BCE$ . Som dessa även äro sidovinklar, så är vardera  $= R$  (def. 10). V. S. G.

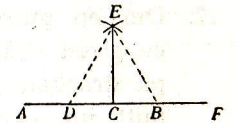


Fig. 25.