Sats 14. Teorem.

(Fig. 28.) *Om två räta linjer (CB och DB), som äro på var sin sida om en annan rät linje AB, råka denna i samma punkt (B), så att de vinklar (ABC och ABD), som de bilda med AB, äro tillhopa lika med två räta, så ligga dessa båda linjer (CB och DB) i rät linje med varandra.*

Antagande: CB och DB ligga på var sin sida om AB, som de råka i B, så att $\wedge ABC + \wedge ABD = 2R$.

Påstående: CB och DB ligga i rät linje med varandra.

Bevis (indirekt). Ty om de ej göra detta, så låt CB och BE ligga i rät linje. (*Någon* rät linje *måste* göra det, emedan CB kan utdragas (post. 2).) Emedan AB står på räta linjen CBE, så är $\wedge ABC + \wedge ABE = 2R$ (sats 13); men enligt ant. är ock $\wedge ABC + \wedge ABD = 2R$, således $\wedge ABC + \wedge ABE = \wedge ABC + \wedge ABD$ (ax. 1). Om nu den gemensamma $\wedge ABC$ borttages på båda ställena, så blir $\wedge ABE = \wedge ABD$ (ax. 1, 3), den mindre lika med den större, vilket är orimligt. Därför kunna ej CB och BE ligga i rät linje.

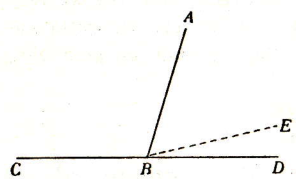

Fig. 28.

På samma sätt bevisas, att ingen annan rät linje än BD kan ligga i rät linje med CB. V. S. B.

Sats 15. Teorem.

(Fig. 29.) *Om två räta linjer skära varandra, så äro vertikalvinklarna (de vinklar, som stå mitt emot varandra) lika stora.*

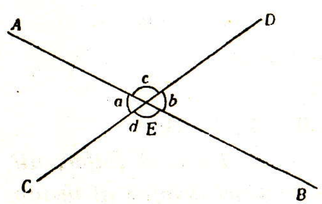

Fig. 29.

Antagande: AB och CD skära varandra i E.

Påstående: $\wedge a = \wedge b$, $\wedge c = \wedge d$.

Bevis. Enligt sats 13 är $\wedge a + \wedge c = 2R$
$\wedge b + \wedge c = 2R$,
således $\wedge a + \wedge c = \wedge b + \wedge c$ (ax. 1) och $\wedge a = \wedge b$ (ax. 3).

På samma sätt bevisas att $\wedge c = \wedge d$. V. S. B.

Följdsats. Härav är klart, att, om två eller flera räta linjer skära varandra i samma punkt, så äro alla de vinklar, som stå kring skärningspunkten, tillhopa lika med fyra räta vinklar.

Sats 15. A. Teorem.

(Fig. 29.) *Om AEB är en rät linje, och de räta linjerna EC och ED äro dragna så, att $\wedge a = \wedge b$, så ligga EC och ED i rät linje med varandra.* Glen

Bevis. Emedan $\wedge a = \wedge b$ (ant.), så är, om $\wedge d$ tillägges på båda sidor, $\wedge a + \wedge d = \wedge b + \wedge d$ (ax. 2). Men $\wedge a + \wedge d = 2R$ (sats 13), $\because$ $\wedge b + \wedge d = 2R$ (ax. 1), $\because$ EC ligger i rät linje med ED (sats 14). V. S. B.

*

Övningsuppgifter till satserna 13—15 A.

32. Bevisa utan användning av ax. 11, att man från en punkt på en rät linje endast kan draga en enda normal till linjen.
33. Om fyra räta linjer träffas i en punkt, så att motstående vinklar bliva lika stora, så ligga dessa linjer två och två i samma räta linje.
34. Om en vinkels ena vinkelben utdrages och de båda sidovinklarna delas mitt itu medelst två räta linjer *(bisektriser)*, så bliva dessa linjer vinkelräta mot varandra.
35. Om två räta linjer skära varandra mitt itu, och ändpunkterna sammanbindas, så blir den sålunda konstruerade fyrhörningen en romboid.

Sats 16. Teorem.

(Fig. 30.) *Om en sida i en triangel utdrages, så är den yttre vinkeln större än var och en av de motstående vinklarna inuti triangeln.*

$\boxed{\text{a och c = supplement.}}$ $a + c = 2R$

$b + c = 2R$

$a + c = b + c$

$a = b$