Antagande: I $\triangle ABC$ är sidan BC utdragen.

Påstående: a) $\angle ACD > \angle BAC$, b) $\angle ACD > \angle ABC$.

Konstruktion för beviset. För bevisets skull måste man laga, att en $\angle =$ den inre får sin spets i C och sålunda medgiver en omedelbar jämförelse mellan $\angle ACD$ och den inre. Dela därför den sida mitt itu, som ligger emellan den yttre och den ifrågavarande inre vinkeln.

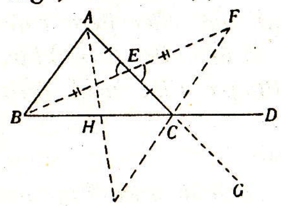


Fig. 30.

a) Vill man således bevisa, att $\angle ACD > \angle BAC$, så skäres AC mitt itu i E (sats 10), varefter man sammanbinder B med E och drager ut BE till F, så att EF blir $= BE$, och sammanbinder F med C.

Bevis. Emedan $AE = CE$, $BE = FE$ (konstr.) och mellanliggande $\angle AEB =$ mellanliggande $\angle CEF$ (sats 15), så är $\triangle AEB \cong \triangle CEF$ (1:a kongr. f.), således $\angle BAE = \angle FCE$; men $\angle ACD > \angle FCE$ (ax. 9), således ock $\angle ACD > \angle BAC$.

b) Om BC skäres mitt itu, och AC utdrages, så bevisas på samma sätt, att $\angle BCG > \angle ABC$; men $\angle BCG$ är $=$ $\angle ACD$ (sats 15), $\therefore$ $\angle ACD > \angle ABC$. V. S. B.

Sats 17. Teorem.

(Fig. 31.) *I varje triangel äro två vinklar tillhopa mindre än två räta.*

Plem

Påstående: I $\triangle ABC$ är $\angle B + \angle C < 2R$.

Konstr. Drag ut BC.

Bevis. $\angle B < \angle ACD$ (sats 16),

lägg till $\angle C$ på båda sidor,

$\therefore$ $\angle B + \angle C < \angle ACD + \angle C = 2R$ (sats 13),

$\therefore$ $\angle B + \angle C < 2R$. V. S. B.

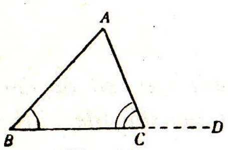
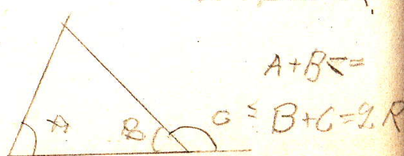


Fig. 31.

Följdsats. I en $\triangle$ kan blott **en** $\angle$ *vara rät eller trubbig; två äro alltid spetsiga* (jfr def. 27, 28, 29, s. 19). *Vinklarna vid basen i en likbent $\triangle$ äro alltid spetsiga.*

A + B < 2R



A+B<=

C = B+C=2R

A+B=<2R

Sats 18. Teorem.

(Fig. 32.) *Om i en triangel en sida är större än en annan, så är den vinkel, som står emot den större sidan, större än den, som står emot den mindre.*

Antagande: $AC > AB$.

Påstående: $\angle ABC > \angle C$.

Konstr. Avskär från sidornas skärningspunkt A på den större sidan AC ett stycke $AD = AB$ och sammanbind D med B.

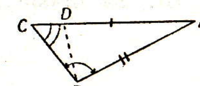


Fig. 32.

Bevis. Emedan $AB = AD$ (konstr.), så är $\angle ABD = \angle ADB$ (sats 5). Men $\angle ADB > \angle C$ (sats 16), $\therefore$ $\angle ABD > \angle C$. Nu är $\angle ABC >$ $\angle ABD$ (ax. 9), således ännu mera $\angle ABC > \angle C$. V. S. B.

Följdsats. I varje $\triangle$ står den största sidan mot den största vinkeln och en mindre sida alltid mot en spetsig vinkel.

Sats 18. A. (Eukl. sats 6.)

(Fig. 33.) *Om två vinklar i en triangel äro lika stora, så äro de motstående sidorna lika stora.*

R.

Antagande: $\angle B = \angle C$.

Påstående: $AC = AB$.

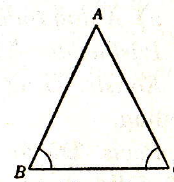


Fig. 33.

Bevis (indirekt). Ty om AC vore $> AB$, så vore $\angle B > \angle C$ (sats 18), vilket strider mot antagandet. Och vore $AC < AB$, så vore $\angle B < \angle C$, vilket också strider mot antagandet. Då nu AC således varken kan vara $> AB$ eller $< AB$, så måste AC vara $= AB$. V. S. B. (Jfr övn. 19, s. 28.)

Följdsats. Om alla vinklarna i en triangel äro lika stora, så är triangeln liksidig.

Sats 19. Teorem.

(Fig. 34.) *Om i en triangel två vinklar äro olika stora, så är den sidan större, som står emot den större vinkeln.*

Antagande: $\angle C > \angle A$.

Påstående: $AB > BC$.