Bevis (indirekt). Om AB ej är $> BC$, så måste den vara antingen $= BC$ eller $< BC$. Lika med BC kan AB ej vara, ty då skulle $\wedge C$ vara $= \wedge A$ (sats 5), vilket strider mot antagandet; ej heller kan AB vara $< BC$, ty då skulle $\wedge C$ vara $< \wedge A$ (sats 18), vilket ock strider mot antagandet. Då AB sålunda ej kan vara $\leqq BC$, så måste AB vara $> BC$. V. S. B.

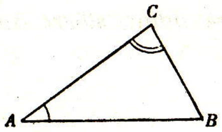

Fig. 34.

Sats 19 A. Teorem.

(Fig. 35.) a) *Av de räta linjer, som från en given yttre punkt dragas till en given rät linje, är normalen minst;* b) *bland de övriga är den större, som råkar den givna räta linjen på ett större avstånd från normalens fotpunkt; och* c) *från den givna punkten kunna två, men ej flera, lika stora räta linjer dragas till den givna, en på vardera sidan om normalen.*

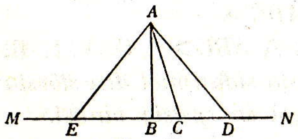

Fig. 35.

a) *Antagande:* $AB \perp MN$.

Påstående: AB minst.

Konstr. Drag från A till MN en annan rät linje AC efter behag.

Bevis. Då är $\wedge ABC = R$ (ant.), således $\wedge ACB < R$ (sats 17 följds.), $\because AB < AC$ (sats 19).

b) *Antagande:* $BD > BC$.

Påstående: $AD > AC$.

Bevis. Emedan $\wedge ACB < R$ (sats 17 följds.), så är dess sidovinkel $ACD > R$ (sats 13), $\because AD > AC$ (sats 19).

c) Gör $BE = BD$ och drag AE.

Då är $BE = BD$, AB gemensam och $\wedge ABE = \wedge ABD = R$, således $\triangle ABE \cong \triangle ABD$ och $\because AE = AD$ (1:a kongr. f.). Att ingen annan än AE kan vara $= AD$ visas såsom i b). V. S. B.

Anm. 1. **Normalen** AB **kallas punkten** A**:s avstånd från linjen.**

Anm. 2. AB **är sträckan** ED**:s mittpunktsnormal (def. 10).**

Sats 20. Teorem.

(Fig. 36.) *I varje triangel äro* a) *två sidor tillhopa större än den tredje, men* b) *en sida större än skillnaden mellan de båda andra.*

Påstående: a) $AB + AC > BC$; b) $AC > BC - AB$.

Konstr. a) Drag ut den ena BA av de två sidorna ett stycke $AD = AC$ och sammanbind D med C.

Bevis. Emedan $AD = AC$, så är $\wedge D = \wedge ACD$ (sats 5), således hela $\wedge BCD > \wedge D$, $\because BD > BC$ (sats 19); men BD är $= AB + AC$ (konstr.), $\because AB + AC > BC$.

b) $AB + AC > BC$ (mom. 1); tag bort AB på båda sidor, $\because AC > BC - AB$ (ax. 5). V. S. B.

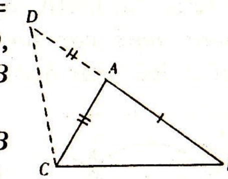

Fig. 36.

Följdsats. Den räta linje, som förenar två punkter, är kortare än varje bruten linje (def. 4 b)), som förenar samma punkter.

Sats 20 A. Teorem.

(Fig. 37.) *Varje punkt, som ej ligger på en sträckas mittpunktsnormal, ligger närmare den av sträckans ändpunkter, som faller på samma sida om mittpunktsnormalen som punkten.*

Antagande: $BE = BD$, $\wedge EBA = R$. Punkten Q ligger på samma sida om AC som D.

Påstående: $QD < QE$.

Konstr. Sammanbind D med den punkt G, där QE skär AC.

Bevis. $GD = GE$ (sats 19 A) och $QD < GQ + GD$ (sats 20), $\because QD < GQ + GE = QE$. V. S. B.

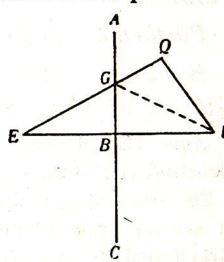

Fig. 37.

Följdsats 1. Om en punkt ligger lika långt från en sträckas båda ändpunkter, så ligger den på sträckans mittpunktsnormal. (Jfr övn. 27, s. 32.)

Följdsats 2. En sträckas mittpunktsnormal är orten för de punkter, som ligga lika långt från sträckans ändpunkter