Bevis. Emedan $DG = AC$ (konstr.) och $AC = DF$ (ant.), så är $DG = DF$. Härav följer, att punkten D ligger på mittpunktsnormalen till sträckan FG (sats 20 A f. 2), $\because$ $EF < EG$ (sats 20 A).

Men $DE = AB$ (ant.), $DG = AC$ (konstr.) och $\wedge\, EDG = \wedge\, A$ (konstr.), $\because$ $\triangle\, DEG \cong \triangle\, ABC$ (1:a kongr. f.), $\because$ $EG = BC$, $\because$ $BC > EF$. V. S. B.

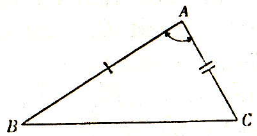

Fig. 40.

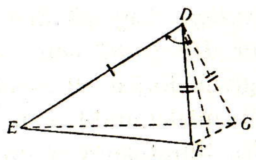

Fig. 40 a.

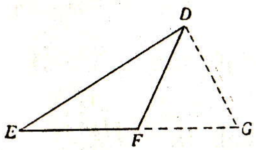

Fig. 40 b.

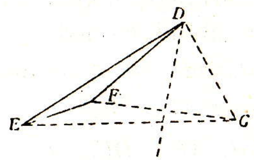

Fig. 40 c.

Sats 25. Teorem.

(Fig. 40.) *Om två sidor i en triangel äro lika stora med var sin sida i en annan triangel, men den tredje sidan i den förra triangeln är större än den tredje sidan i den senare, så är vinkeln, som står emot den större sidan, större än vinkeln, som står emot den mindre.*

Antagande: $AB = DE$, $AC = DF$, $BC > EF$.

Påstående: $\wedge\, A > \wedge\, D$.

Bevis (indirekt). Om $\wedge\, A$ icke är $> \wedge\, D$, så måste den vara $= \wedge\, D$ eller $< \wedge\, D$. $\wedge\, A$ kan icke vara $= \wedge\, D$, emedan BC då skulle vara $= EF$ (1:a kongr. f.), vilket strider mot antagandet; ej heller kan $\wedge\, A$ vara $< \wedge\, D$, ty då skulle BC vara $< EF$ (sats 24), vilket också strider mot antagandet. Således är $\wedge\, A > \wedge\, D$. V. S. B.

8

Sats 26. Teorem. (3:e kongruensfallet.)

(Fig. 41.) *Om två vinklar och en sida i en triangel äro lika med motsvarande element i en annan triangel, så äro trianglarna kongruenta.*

a) Den givna sidan ligger emellan de givna vinklarna.

Antagande: $\wedge\, B = \wedge\, E$, $\wedge\, C = \wedge\, F$, $BC = EF$. 3 ord

Påstående: $\triangle\, ABC \cong \triangle\, DEF$. 4 kongruens

Bevis: Lägges $\triangle\, ABC$ på $\triangle\, DEF$ så, att punkten B kommer på punkten E och BC utefter EF, så faller punkten C

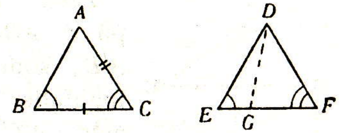

Fig. 41.

på punkten F, emedan $BC = EF$ (ant.). Vidare faller BA utefter ED, emedan $\wedge\, B = \wedge\, E$ (ant.), och slutligen faller CA utefter FD, emedan $\wedge\, C = \wedge\, F$. Punkten A måste då falla på punkten D (ax. 10 f. b, s. 22), $\because$ $\triangle\, ABC \cong \triangle\, DEF$. (Jfr övn. 13, s. 27.)

b) Den givna sidan står emot en av de givna vinklarna.

Antagande: $\wedge\, B = \wedge\, E$, $\wedge\, C = \wedge\, F$, $AC = DF$.

Påstående: $\triangle\, ABC \cong \triangle\, DEF$.

Bevis (indirekt). Ty om någondera av de mellanliggande sidorna t. ex. EF kunde vara större än den andra BC, så avskär på EF, från F räknat (ty AC antogs $= DF$), ett stycke $FG = CB$ och drag DG.

Då äro två sidor BC och AC i $\triangle\, ABC$ = var sin sida GF och DF i $\triangle\, DGF$ och mellanliggande $\wedge\, C = \wedge\, F$, således $\triangle\, ABC \cong \triangle\, DGF$ (1:a kongr. f.), och $\wedge\, DGF = \wedge\, B$; men $\wedge\, E$ antogs $= \wedge\, B$, således måste $\wedge\, DGF$ vara $= \wedge\, E$ (ax. 1) eller den yttre vinkeln = den inre motstående i $\triangle\, DEG$, vilket är orimligt (sats 16). Således kan