Påstående: CD och EF skära varandra åt D och F till, om de dragas ut tillräckligt.

Konstruktion för beviset: Sätt i A vid AK en vinkel e, som är $= a$ och drag ut GA åt H.

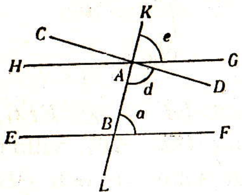

Fig. 48.

Bevis. Emedan vinkeln e är $= a$, så är $HG \parallel EF$ (sats 28). Vidare är $\wedge KAD + d = 2\ R$ (sats 13); men $a + d < 2\ R$ (ant.), $\therefore a + d < \wedge KAD + d$. Tag bort d, $\therefore a < \wedge KAD$. Men $e = a$ (konstr.), $\therefore \wedge e < \wedge KAD$, och således kan HG ej sammanfalla med CD utan skär denna.

Då nu CD skär den ena (HG) av två parallella linjer HG och EF, så måste den också skära den andra (EF), om båda dragas ut tillräckligt (ax. 12).

Det skall också bevisas, att de skära varandra på den sida om KL, där vinklarna a och d stå. Ty om de råkades på andra sidan, skulle AC skära AH i ännu en punkt, vilket är orimligt. Alltså måste CD och EF skära varandra på den sida om KL, där de vinklar stå, vilkas summa är $< 2\ R$. V. S. B.

Följdsats. Ifall två alternatvinklar eller ett par likbelägna vinklar ej äro lika stora, så äro linjerna icke parallella.

Sats 29. Teorem.

(Fig. 47.) *Om en rät linje skär två parallella räta linjer, a) så blir summan av två olikbelägna vinklar $= 2\ R$; b) alternatvinklarna bli lika stora; c) likbelägna vinklar bli lika stora.*

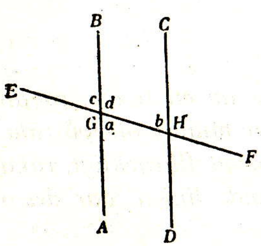

Fig. 47.

Antagande: $AB \parallel DC$.

Påstående: a) $b + d = 2\ R$; b) $a = b$; c) $c = b$.

Bevis. a) (Indirekt.) Om $b + d$ ej äro $= 2\ R$, så måste $b + d$ vara $>$ eller $< 2\ R$. I förra fallet äro deras sidovinklar tillhopa $< 2\ R$, och lin-

jerna måste skära varandra åt A och D till (sats 28 A), vilket är orimligt, emedan de antogos parallella; i senare fallet måste de skära varandra åt B och C till, vilket av samma skäl är orimligt. Därför är $b + d = 2\ R$.

b) Emedan nu $b + d = 2\ R$ och $a + d = 2\ R$ (sats 13), så är, om d borttages, $b = a$ (ax. 1, 3).

c) Emedan $c = a$ (sats 15) $= b$, så är $c = b$ (ax. 1). V. S. B.

Följdsats. Om den ena av de parallella linjerna är $\perp$ den skärande, så är den andra det även.

IX

Sats 30. Teorem.

(Fig. 49.) *Räta linjer, som äro parallella med en och samma, äro sinsemellan parallella.*

Antagande: $AB \parallel EF$, $CD \parallel EF$.

Påstående: $AB \parallel CD$.

Konstr. Drag en rät linje, som skär AB i I, EF i H och CD i G.

Bevis. Då är vinkeln $a = b$ (sats 29: b) och $b = c$ (sats 29: c), $\therefore a = c$ (ax. 1) och $AB \parallel CD$ (sats 27). V. S. B.

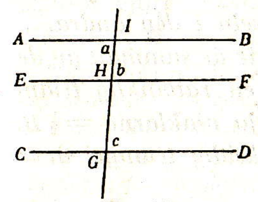

Fig. 49.

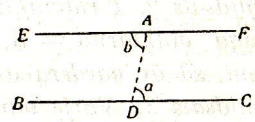

Fig. 50.

Sats 31. Problem.

(Fig. 50.) *Att genom en given punkt draga en rät linje parallell med en given rät linje.*

Givet: Räta linjen BC och punkten A utanför linjen.

Uppgift: Att genom A draga en linje, som är $\parallel BC$.

Lösning. Tag på BC en punkt D, drag AD och sätt i A vid AD en vinkel $b = a$, men åt motsatt sida om AD. Då är $EF \parallel BC$, emedan alternatvinklarna äro lika stora (sats 27). V. S. G.

Läsa till onsdagen.