Sats 32. Teorem.

(Fig. 51.) a) *Om en sida i en triangel utdrages, så är den yttre vinkeln lika med summan av de motstående vinklarna inuti triangeln;* b) *i varje triangel är summan av alla tre vinklarna lika med två räta.*

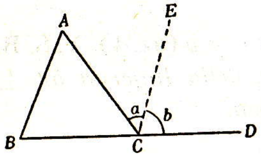

Fig. 51.

a) *Antagande:* en sida BC är utdragen.

Påstående: den yttre vinkeln ACD är $= \wedge A + \wedge B$.

Konstr. Drag $CE \parallel BA$.

Bevis. Vinkeln $a = \wedge A$ (sats 29: b) och $b = \wedge B$ (sats 29: c), $\because \wedge ACD = a + b = \wedge A + \wedge B$ (ax. 2).

b) *Påstående:* $\wedge A + \wedge B + \wedge ACB = 2R$.

Bevis. Nyss bevisades, att $\wedge A + \wedge B = \wedge ACD$; tilläggas $\wedge ACB$ på båda ställen, så blir $\wedge A + \wedge B + \wedge ACB = \wedge ACD + \wedge ACB$ (ax. 2) $= 2R$ (sats 13). Alltså äro alla tre vinklarna i en $\triangle$ tillhopa $= 2R$. V. S. B.

Följdsats 1. Om två vinklar i en triangel äro lika med två vinklar i en annan triangel, så är den tredje vinkeln i den ena triangeln = den tredje vinkeln i den andra.

Följdsats 2. I rätvinkliga trianglar är summan av de båda spetsiga vinklarna = R, och om en rätvinklig triangel är likbent, så är vardera av de spetsiga vinklarna $= \frac{1}{2} R$.

Följdsats 3. Varje vinkel i en liksidig triangel är $= \frac{1}{3}$ *av två räta eller* $= \frac{2}{3}$ *av en rät* $= \frac{2}{3} R$.

(Fig. 52.) *Anm.* Genom f. 3 i förening med satserna 1 och 9 kan en rät vinkel delas i tre lika stora delar. Man avskär nämligen från spetsen på ena vinkelbenet ett stycke efter behag, ritar därpå en liksidig $\triangle$ och skär sedan mitt itu den vinkel, som har sin spets i samma punkt som den räta.

Sats 32. A. Problem.

(Fig. 53.) *Att uppita en triangel, då man känner en sida och två vinklar, vilkas summa är* $< 2R$.

Givet: Sträckan MN och vinklarna A och E, där

$$A + E < 2R.$$

Sökt: en triangel, som har en sida $= MN$ och två vinklar $= A$ och E resp.

Lösning. a) Sidan skall ligga *emellan* vinklarna. Avskär på den ena vinkelns ena ben ett stycke $AB = MN$, sätt i B

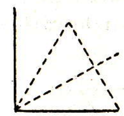
Fig. 52.

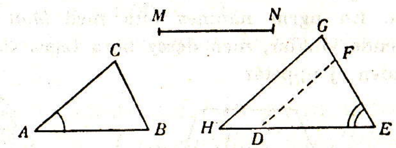

Fig. 53.

vid BA en $\wedge B = \wedge E$ och drag ut AC och BC, tills de råkas i C, vilket *måste* ske (sats 28, A).

Beviset ligger i konstruktionen.

b) Sidan skall stå *emot* ena vinkeln, t. ex. $\wedge A$. Avskär på den andra vinkelns ena ben ett stycke ED efter behag och sätt i D vid DE en $\wedge EDF = \wedge A$, varefter EF och DF utdragas, tills de råkas i F. Är då $EF = MN$, så är det begärda gjort; avskär i annat fall $EG = MN$ och drag $GH \parallel FD$. V. S. G.

Anm. Vid lösningen i b) lämnades till en början å sido det ena villkoret (att den mot $\wedge A$ stående sidan skulle vara $= MN$). Så kan man ock göra vid andra problem, t. ex. detta: *att från en given punkt draga en rät linje så, att det stycke av linjen, som faller mellan två givna parallella linjer, får en given längd.*

Läxa till Onsdagen

Sats 33. Teorem.

(Fig. 54.) *Räta linjer, som sammanbinda parallella och lika stora räta linjer på samma sida, äro själva parallella och lika stora.*

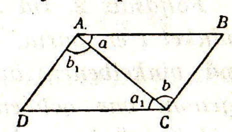

Fig. 54.

Antagande: $AB \parallel$ och $= DC$.

Påstående: $AD \parallel$ och $= BC$.

Konstr. Sammanbind A med C.

Bevis. $AB = CD$ (ant.) och AC gemensam för $\triangle ABC$ och $\triangle CDA$ samt vinkeln $a = a_1$ (ant.,