60. Om mittpunkterna på sidorna i en triangel sammanbindas, så blir triangeln indelad i fyra kongruenta trianglar.

61. Om mittpunkterna på närliggande sidor i en fyrhörning sammanbindas, så erhålles en pgrm.

**Sats 35. Teorem.**

(Fig. 57 a, b och c.) *Parallellogrammer, som stå på samma bas och mellan samma parallella linjer, äro lika stora.*

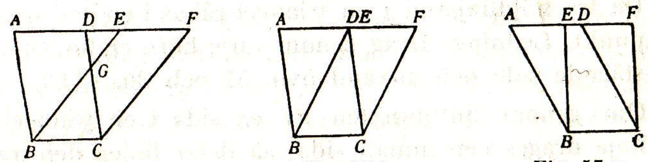



Fig. 57 a. Fig. 57 b. Fig. 57 c.

*Antagande:* Figurerna $BCDA$ och $BCFE$ äro pgrmer. Sidorna $AD$ och $EF$ falla utefter samma räta linje.

*Påstående:* Ytan av pgrmen $AC$ är lika stor som ytan av pgrmen $EC$.

*Bevis.* Vid beviset har man att skilja på tre fall.

a) *E faller på förlängningen av AD.*

$AD = BC = EF$ (sats 34), $\because AD = EF$; lägg till $DE$, $\because AE = DF$ (ax. 2). Vidare är $AB = DC$ (sats 34) och mellanliggande $\wedge A = \wedge CDF$ (sats 29), alltså $\triangle ABE \cong \triangle DCF$ (1:a kongr. f.). Om nu den gemensamma $\triangle DGE$ på båda ställen borttages, så är trapetset $ADGB =$ trap. $EGCF$ (ax. 3); lägges $\triangle BGC$ till dessa, så blir pgrmen $ABCD =$ pgrmen $EBCF$ (ax. 2).

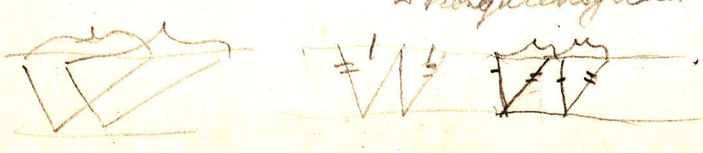
b) *E sammanfaller med D.*

Då är vardera pgrmen dubbelt så stor som $\triangle BCD$ (sats 34), och således parallellogrammerna lika stora (ax. 6).

c) *E faller mellan A och D.*

Då bevisas såsom i a) att $\triangle ABE \cong \triangle DCF$, utom att man anlitar ax. 3 i stället för ax. 2. Tillägges sedan på

2 kongruensfallet





båda ställen trapetset $BEDC$, så fås, att pgrmen $ABCD$ är $=$ pgrmen $EBCF$. V. S. B.

*Anm.* Parallellogrammerna äro här lika stora, men icke kongruenta annat än undantagsvis.

**Sats 36. Teorem.**

(Fig. 58.) *Parallellogrammer, som stå på lika stora baser och mellan samma parallella linjer, äro lika stora.*

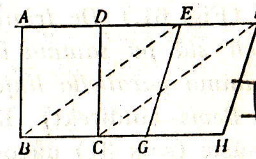



Fig. 58.

*Antagande:* Figurerna $AC$ och $EH$ äro pgrmer, $BC = GH$ och $BCGH$ och $ADEF$ äro räta linjer.

*Påstående:* (Ytan av) $AC$ är $=$ (ytan av) $EH$.

*Konstr.* Drag $BE$ och $CF$.

*Bevis.* $BC = GH$ (ant.), $GH = EF$ (sats 34), $\because EF = BC$. De äro även parallella (ant.), $\because BE \parallel CF$ (sats 33) och fig. $BEFC$ en pgrm. Denna är $=$ både pgrmen $AC$ och pgrmen $EH$ (sats 35), vilka därför äro lika stora sinsemellan (ax. 1). V. S. B.

**Sats 37. Teorem.**

(Fig. 59.) *Trianglar, som stå på samma bas och mellan samma parallella linjer, äro lika stora.*

*Antagande:* $AD \parallel BC$.

*Påstående:* Ytan av $\triangle ABC$ är lika stor som ytan av $\triangle DBC$.

*Konstr.* Drag $BE \parallel CA$, $CF \parallel BD$, och drag ut $BE$ och $CF$, tills de råka den utdragna $AD$ i $E$ och $F$.

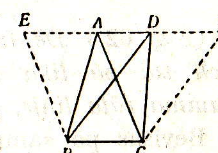



Fig. 59.

*Bevis.* Pgrmen $CE =$ pgrmen $BF$ (sats 35), $\because$ den förras hälft $\triangle ABC =$ den senares hälft $\triangle DBC$ (sats 34; ax. 7). V. S. B.

**Sats 38. Teorem.**

(Fig. 60.) *Trianglar (ABC, DEF), som stå på lika stora baser (BC, EF) och mellan samma parallella linjer (BF, AD), äro lika stora.*