Anm. Medelst denna av Euklides givna lösning visas överskådligt, *att* en månghörning kan förvandlas till en pgrm, och detta är i de flesta fall tillräckligt. Men om någon önskar utföra konstruktionen av den sökta pgrmen, så kan han lämpligen använda följande lösning.

(Fig. 68.) *Lösning II.*

Låt *CDEFGH* vara den givna månghörningen.

Sammanbind två vinkelspetsar (*D* och *F*), mellan vilka blott en vinkelspets (*E*) ligger. Drag genom denna punkt (*E*) en linje || sammanbindningslinjen (*DF*), tills den råkar en närliggande sida, utdragen om så behövs, i en punkt (*I*), som sammanbindes med den återstående (*D*) av de tre nämnda hörnen.

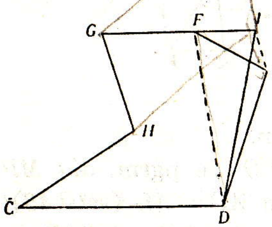

Fig. 68.

Påstående: Den nya månghörningen *CDIGHC*, som har ett hörn mindre än den givna *CDEFGHC*, är lika stor som denna.

Bevis. $\triangle DEF = \triangle DIF$ (sats 37); lägg till månghörningen *DFGHCD*, $\because$ mångh. *DEFGHCD* = mångh. *DIGHCD*.

Sedan förfares p. s. s. med den nya mångh., tills man slutligen får en triangel, som är lika stor som den givna mångh. Därpå konstrueras den sökta pgrmen enl. sats 44.

Anm. Har den givna mångh. en eller flera inåtgående vinklar, inverkar detta ej på konstruktionen, om man ständigt väljer utåtgående vinklar att skaffa bort.

Sats 46. Problem.

(Fig. 69.) *Att på en given rät linje (AB) upprita en kvadrat.*

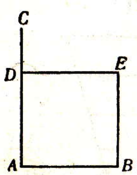

Fig. 69.

Drag genom endera ändpunkten t. ex. *A* en rät linje $AC \perp AB$ (sats 11) och gör $AD = AB$; drag vidare $DE \parallel AB$, $BE \parallel AD$ (sats 31).

Figuren *ABED* är genom konstruktionen en pgrm, således (sats 34) $DE = AB$, $BE = AD$; men *AD* gjordes $= AB$, således äro alla fyra sidorna lika stora eller pgrmen liksidig. Emedan vidare *AD* är || *BE* och $\wedge\, A = R$ (konstr.), så är ock $\wedge\, B$

$= R$ (sats 29 f.) och deras motstående vinklar ävenledes räta (sats 34). Pgrmen *AE* är sålunda både liksidig och rätvinklig, d. v. s. en kvadrat (def. 30). V. S. G.

Anm. Detta problem är blott ett enskilt fall av sats 34 f. 2, men upptages här för att ej rubba nummerföljden. Den på anförda stället föreslagna konstruktionen är även här den bekvämaste; men om den användes, måste beviset ändras därefter. Då är figuren genom konstruktionen liksidig, och man behöver endast bevisa, att den är rätvinklig, vilket lätt kan ske, om man sammanbinder *D* med *B*. Beviset grundar sig på 2:a kongr. f., sats 32 f. 2 och ax. 2.

Sats 47. Teorem.

(Fig. 70.) *I varje rätvinklig triangel är kvadraten på hypotenusan lika med summan av kvadraterna på kateterna.*

Antagande: $\wedge\, A = R$.

Påstående: $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$*.

Konstr. Upprita på *BC* kvadraten *BDEC*, på *AB* kvadraten *BG* och på *AC* kvadraten *CH*. Drag genom *A* linjen $AK \parallel BD$ och sammanbind *A* med *D*, och *F* med *C*.

Bevis. $\wedge\, DBC = R = \wedge\, FBA$ (def. 30, ax. 11); lägg till $\wedge\, ABC$, $\because \wedge\, ABD = \wedge\, FBC$ (ax. 2). Nu är $BA = BF$, $BD = BC$, såsom sidor i samma kvadrat; alltså är $\triangle ABD \cong \triangle FBC$ (1:a kongr. f.). Men rektangeln $BK = 2 \triangle ABD$ (sats 41). Emedan $\wedge\, BAC$ är $= R$ (ant.) och $\wedge\, BAG = R$ (konstr.; def. 30), så ligga *GA* och *AC* i rät linje (sats 14), $\because$ kvadraten $BG = 2 \triangle FBC$ (sats 41). Således är rektangeln BK = kvadraten *BG* (ax. 6). På samma sätt bevisas, att rektangeln *CK* är = kvadraten *CH*.

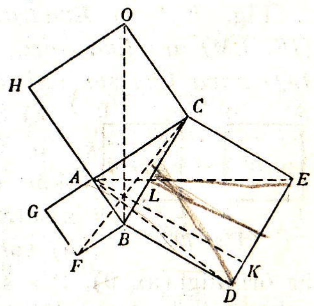

Fig. 70.

Därför är kvadraten *BE* = kvadr. *BG* + kvadr. *CH*, d. v. s. $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$. V. S. B.

* Kvadraten, som uppritas på en linje *AB*, plägar betecknas med AB^2 eller $\overline{AB}^2$, som utläses: kvadraten på *AB*.