

Anm. Detta märkvärdiga och ofantligt viktiga teorem plägar kallas det pythagoreiska efter sin upptäckare, den berömda grekiske filosofen Pythagoras, som levde i 6:e seklet före Kristi födelse.

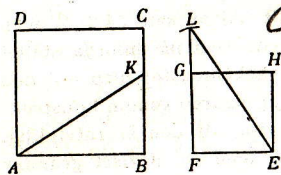


Fig. 71.

(Fig. 71.) Följdsats 1. Medelst denna sats är det lätt att finna sidan i en kvadrat, som är lika med summan av eller skillnaden mellan två givna kvadrater.

Låt  $AC$  och  $FH$  vara de båda kvadraterna.

I förra fallet gör man  $BK = EF$  och sammanbinder  $A$  med  $K$ . Då är  $\overline{AK}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BK}^2 = AC + FH$ .

I senare fallet tager man, om  $AB$  är  $> FE$ ,  $E$  till medelpunkt och  $AB$  till radie för en cirkel, drager ut  $FG$ , om så behövs, tills den råkar cirkellinjen i  $L$ , och sammanbinder  $E$  med  $L$ . Då är  $\overline{FL}^2 = \overline{EL}^2 - \overline{EF}^2 = AC - FH$ . V. S. G.

(Fig. 70.) Följdsats 2. Om höjden ( $AL$ ) drages i en rätvinklig triangel, så är kvadraten ( $BG$ ) på en katet = rektangeln ( $BK$ ) av hypotenusan och den del av hypotenusan, som ligger närmast denna katet.

#### Sats 47. A. Teorem.

(Fig. 72.) a) Kvadrater ( $IO$ ,  $LQ$ ) med lika stora sidor ( $IK$ ,  $LM$ ) äro lika stora; och b) lika stora kvadrater ( $IO$ ,  $LQ$ ) hava lika stora sidor ( $IK$ ,  $LM$ ).

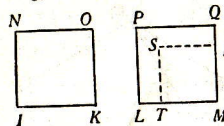


Fig. 72.

a) Satsen innehålles i sats 34 f. 3.

b) Om  $ML$  vore större än  $KI$ , så avskär ett stycke  $MT = KI$  och fullborda kvadraten  $MS$ . Denna skulle då enligt

a) vara  $= IO$ , således ock med  $LQ$ , vilket är orimligt (ax. 9). P. s. s. bevisas, att  $ML$  icke kan vara  $< KI$ . Således är  $ML = KI$ . V. S. B.

#### Sats 48. Teorem.

(Fig. 73.) Om kvadraten på en sida i en triangel är lika med summan av kvadraterna på de båda andra sidorna, så är den vinkel, som står emot den förstnämnda sidan, rät.

Antagande:  $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ .

Påstående:  $\angle BAC = R$ .

Konstr. Drag genom punkten  $A$  linjen  $AD \perp AC$ , gör  $AD = AB$  och drag  $DC$ .

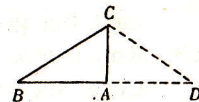


Fig. 73.

Bevis.  $AD = AB$  (konstr.),  $\therefore \overline{AD}^2 = \overline{AB}^2$  (sats 47 A: a); tillägg  $\overline{AC}^2$ ,  $\therefore \overline{AD}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ . Men  $\overline{CD}^2$  är lika med  $\overline{AD}^2 + \overline{AC}^2$  (konstr., sats 47), och  $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$  (ant.); alltså är  $\overline{CD}^2 = \overline{BC}^2$  (ax. 1) och  $CD = BC$  (sats 47 A: b). Men  $AD$  är  $= AB$ ,  $AC$  gemensam samt  $CD = BC$ ,  $\therefore \triangle ADC \cong \triangle ABC$  (2:a kongr. f.) och  $\angle BAC = \angle DAC = R$ . V. S. B.

#### Övningsuppgifter till satserna 35—48.

62. Om räta linjer dragas genom en fyrhörnings alla hörn parallella med diagonalerna, så har den så uppkomna parallelogrammen dubbelt så stor yta som den givna fyrhörningen.
63. Bestäm orten för spetsarna i alla lika stora trianglar, som stå på samma bas.
64. Om i fig. 65 (s. 62)  $GK$  och  $EH$  antagas vara givna och lika stora, och om man sedan fullbordar pgrmen  $DB$  samt drager  $FA$  och  $FC$ , så ligga dessa båda linjer i rät linje med varandra.
- \*65. Att genom en punkt på en sida i en triangel draga en rät linje, som delar triangeln mitt itu.
66. a) Av alla trianglar med samma bas och samma omkrets har den likbenta den största ytan (övn. 59 b).  
b) Av alla trianglar med samma omkrets har den liksidiga den största ytan. (Indirekt bevis; övn. 66: a.)