

2) Påstående:  $FG > FD$ .

Om punkten  $F$  ligger på cirkellinjen, så sammanfaller  $F$  med  $D$ , och då är påståendet självklart. Men om  $F$  icke ligger på cirkellinjen, få vi skilja på två fall: a)  $F$  ligger inom cirkellinjen (fig. 101), och b)  $F$  ligger utom cirkellinjen (fig. 102).

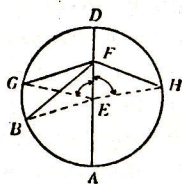


Fig. 101.

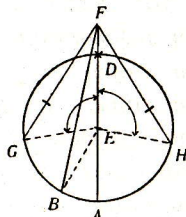


Fig. 102.

*Bevis.* a)  $EF + FG > EG$  (I: 20). Men  $EG = DE$ ,  
 $\therefore EF + FG > EF + FD$ . Tag bort  $EF$ ,  $\therefore FG > FD$  (ax. 5).  
 b)  $EG + FG > EF$  (I: 20), men  $EG = ED$ . Tag bort  $EG$   
 och  $ED$ ,  $\therefore FG > FD$  (ax. 5).

3) *Antagande:*  $B$  är en godtycklig punkt på cirkellinjen, som faller närmare  $A$  än vad  $G$  gör.

*Påstående:*  $FB > FG$ .

*Konstr.* Drag  $EB$ .

*Bevis.* Emedan  $B$  faller mellan  $G$  och  $A$ , så är  $\angle BEF > \angle GEF$ ; men  $BE$  är  $= GE$  och  $EF$  gemensam för  $\triangle BEF$  och  $\triangle GEF$ ,  $\therefore FB > FG$  (I: 24).

4) *Påstående:* Från  $F$  kan ännu en, men endast en, rät linje  $= FG$  dragas till cirkellinjen.

*Konstr.* Sätt i  $E$  vid  $EF$  en  $\angle FEH = \angle FEG$  och drag  $FH$ .

*Bevis.*  $\triangle GEF \cong \triangle HEF$  (1:a kongr. f.), ty  $EG$  är  $= EH$ ,  $EF$  är gemensam och  $\angle GEF$  är  $= \angle HEF$ . Av kongruensen följer, att  $FH$  är  $= FG$ .

Att ingen mer sådan linje kan dragas följer av 3). Ty för varje annan linje faller skärningspunkten med cirkellinjen närmare  $A$  eller längre från  $A$  än  $G$  och  $H$ , och linjen måste således vara  $>$  eller  $<$   $FG$  eller  $FH$ . V. S. B.

Sats 9. Teorem.

Om flera än två lika stora räta linjer äro dragna från en punkt till en cirkellinje, så är den punkten cirkellinjens medelpunkt.

Ty från ingen annan punkt än medelpunkten kan man draga flera än två lika stora räta linjer till cirkellinjen (7—8: 4). V. S. B.

Sats 10. Teorem.

(Fig. 103.) Två cirklar (som ej sammanfalla) kunna ej råka varandra i flera än två punkter, en på vardera sidan om centrallinjen (den räta linje, som sammanbinder medelpunkterna).

Inses omedelbart (av 7—8: 4), om man låter  $F$  vara medelpunkt för den andra cirkeln och  $FG$  dess radie.

(Figg. 101, 102.) *Följdsats 1.* Om två cirkellinjer råka varandra i två punkter så skära de varandra (def. 3).

Ty punkterna  $G$  och  $H$  äro gemensamma för båda cirkellinjerna, varje annan punkt på cirkelbågen  $GAH$  faller utanför cirkeln  $F$  (7—8: 3), I def. 16), och varje annan punkt på bågen  $HDG$  faller inuti cirkeln  $F$ .

(Figg. 101, 102.) *Följdsats 2.* Om två cirkellinjer skära varandra, så är avståndet mellan cirklarnas medelpunkter mindre än summan av cirklarnas radier och större än deras skillnad.

Ty är  $F$  medelpunkt för den andra cirkeln och  $G$  den ena av cirklarnas skärningspunkter, så är medelpunktslinjen  $EF < EG + FG$  (I: 20: a)) och  $EF > EG - FG$  eller  $FG - EG$  (I: 20: b)).

Sats 11—12. Teorem.

(Figg. 101, 102.) Om två cirkellinjer tangera varandra, så ligga medelpunkterna och tangeringspunkten på samma räta linje.

*Bevis.* Om  $F$  är medelpunkten till den andra cirkeln och cirklarna råkas på ena sidan om centrallinjen, så råkas