Fy 1-mekaniken i sammandrag

version 0.3 [140820]

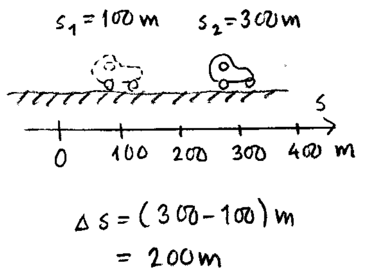
Christian Karlsson

En del saker nedan tas inte upp i Fy 1-kursen, men är bra att med sig inför Fy 2. Dessa saker är markerade med “[NYTT!]”.

1 Rörelsebeskrivning (linjebunden rörelse)

1.1 Hastighet och acceleration, allmänt

Ett föremåls läge (lägeskoordinat) betecknas s. Lägesändring, eller förflyttning: $\Delta s = s_2 - s_1$, där s_1 är läget vid någon tidpunkt och s_2 läget vid en senare tidpunkt.



Medelhastighet:

$$v_\mathrm{m} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Momentanhastighet:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = s'(t) = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$$

Medelacceleration:

$$a_\mathrm{m} = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Momentanacceleration: [NYTT!]

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = v'(t) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

Ovanstående innebär att [NYTT!]

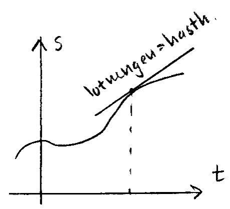
$$s(t_2) - s(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,\mathrm{d}t$$

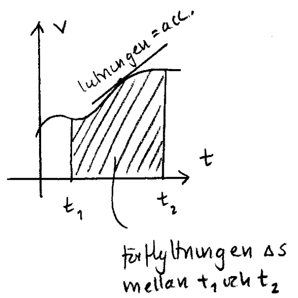
och

$$v(t_2) - v(t_1) = \int_{t_1}^{t_2} a(t)\,\mathrm{d}t.$$

Grafisk tolkning av ovanstående:

- Lutningen (tangenten) i ett s-t-diagram ger momentanhastigheten.
- Lutningen (tangenten) i ett v-t-diagram ger momentanaccelerationen.
- Arean mellan v-t-graf och t-axel ger förflyttningen.

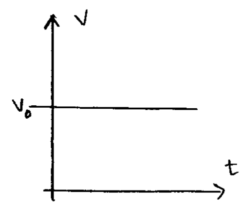




1.2 Likformig rörelse (v konstant)

Om läget är 0 vid tiden 0 gäller

$$s = vt.$$



1.3 Likformigt accelererad rörelse (a konstant)

Om läget är 0 och hastigheten v_0 vid tiden 0 gäller

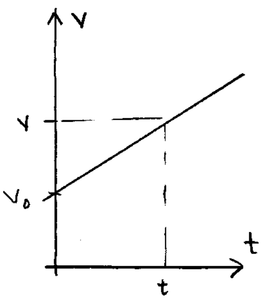
$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$s = \underbrace{\frac{v_0 + v}{2}}_{v_\mathrm{m}} t$$

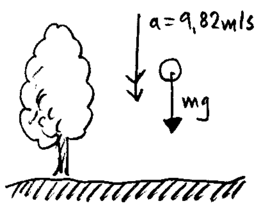
$$v = v_0 + at$$

$$2as = v^2 - v_0^2.$$

Här är v hastigheten och s läget vid tiden t. Vid arbete med dessa rörelseformler är det viktigt att införa positiv riktning och sedan vara noggrann med tecken.



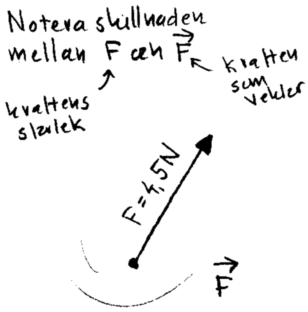
Fritt fall är en speciell typ av likformigt accelererad rörelse. Ett föremål som endast påverkas av tyngdkraften sägs vara i fritt fall. Accelerationen är då 9,82 m/s^2, riktad nedåt (vilket innebär att $a = +9{,}82$ m/s^2 om positiv riktning valts nedåt, men $a = -9{,}82$ m/s^2 om positiv riktning valts uppåt).



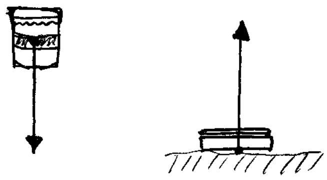
2 Krafter och Newtons lagar

2.1 Kraftbegreppet

För att beskriva hur föremål växelverkar med varandra använder vi krafter. En kraft har riktning, storlek (F) och angreppspunkt, och kan representeras av en vektor ($\vec{F}$).



Om en kraft kan alltid sägas: "Kraften på ... från ...". (Till exempel "kraften på en marmeladburk från jordklotet", "(normal-)kraften på en ostmacka från bordet".)

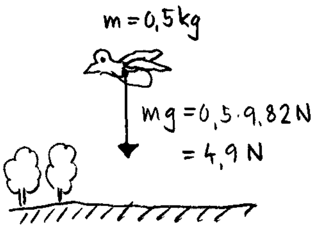


2.1.1 Tyngdkraft

Tyngdkraften är alltid riktad nedåt, och nära jordytan ges storleken av

$$F_\mathrm{g} = mg,$$

där $g = 9{,}82$ m/s^2 (i södra Sverige).



Håll isär massa (mäts i kg) och tyngd (tyngdkraftens storlek, mäts i N).

En våg (av badrumsvågstyp) visar

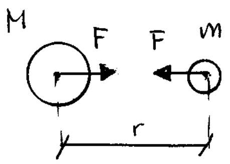
$$\frac{\text{kraften på vågen}}{9{,}82\ \text{N/kg}}.$$

2.1.2 Gravitationskraft

Två föremål, med massorna m och M, på avståndet r från varandra påverkar varandra med en ömsesidig gravitationskraft som ges av

$$F = G\frac{Mm}{r^2},$$

där $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2/\text{kg}^2$.

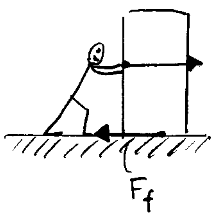


2.1.3 Friktionskraft

Största möjliga vilofriktionskraft på ett föremål som påverkas av en normalkraft med storleken F_N ges av

$$F_\text{f}^\text{max} = \mu F_\text{N},$$

där μ är friktionstalet.



Vid glidning är glidfriktionskraften $F_f = \mu F_\text{N}$.

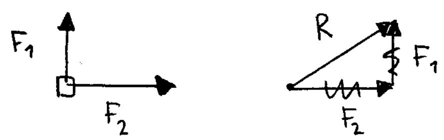
Glidfriktionstalet är i allmänhet något mindre än vilofriktionstalet.

2.2 Resultantbestämning

Resultanten till ett antal krafter är vektorsumman av krafterna:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots$$

Resultanten kan tolkas som den tänkta kraft som har samma verkan som krafterna tillsammans.

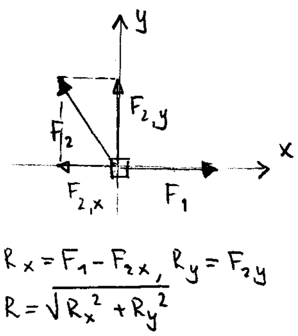


Vanliga beteckningar för resultantens storlek är F_res, R eller $\sum F$.

Resultantbestämning kan göras på två sätt:

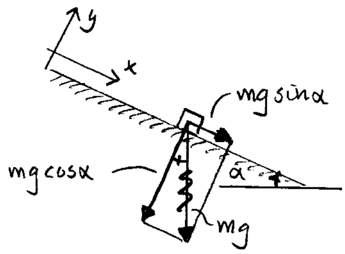
1. Rita skalenligt krafttåg och mät i figuren (eller räkna med hjälp av trigonometri).

2. Komposantuppdela (se nedan) samtliga krafter i x- och y-led, summera x-komposanterna vilket ger resultantens x-komposant, $\vec{R}_x$, summera y-komposanterna vilket ger resultantens y-komposant $\vec{R}_y$, och vektoraddera sedan $\vec{R}_x$ och $\vec{R}_y$. [NYTT!]



2.3 Komposantuppdelning

En kraft $\vec{F}$ kan alltid delas upp i två komposanter $\vec{F}_x$ och $\vec{F}_y$, sådana att $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$.



2.4 Jämvikt

Ett föremål i vila eller i rörelse med konstant hastighet sägs vara i jämvikt.

Om ett föremål är i jämvikt är resultanten till de krafter som verkar på föremålet 0.

2.5 Newtons första lag (tröghetslagen)

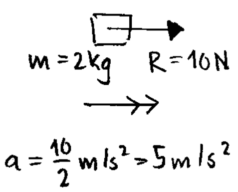
Ett föremål förblir i vila eller i rörelse med konstant hastighet om resultanten till de krafter som verkar på föremålet är noll.

Kortare uttryckt: $R = 0 \quad \Rightarrow \quad v$ konstant.

2.6 Newtons andra lag (Newton II)

Om ett föremål med massan m påverkas av ett antal krafter vars resultant är R så är föremålets acceleration

$$a = \frac{R}{m} \quad \Leftrightarrow \quad R = ma.$$



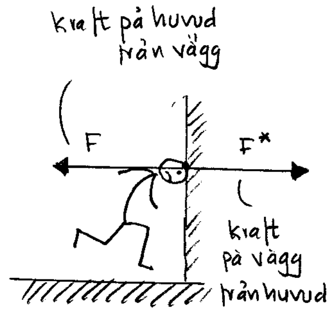
Eftersom både resultant och acceleration är vektorstorheteter ska Newtons andra lag egentligen skrivas [NYTT!]

$$\vec{R} = m\vec{a}.$$

Accelerationen har alltså alltid samma riktning som resultanten, och vice versa.

2.7 Newtons tredje lag (kraft och reaktionskraft)

Om ett föremål A påverkar ett annat föremål B med en kraft $\vec{F}$, så påverkar föremål B föremål A med en lika stor, men motsatt riktad (reaktions-)kraft $\vec{F}^*$.



2.8 Sneda krafter

Så länge krafterna som verkar på ett föremål är parallella eller antiparallella kan man hålla reda på riktningar med hjälp av tecken (+/– relativt positiv riktning) eller med hjälp av en tydlig figur.

Om krafterna är sneda, måste dessa behandlas som vektorer. Jämviktsproblem och problem med Newtons andra lag kan då lösas på olika sätt: [NYTT!]

1. Rita noggrann kraftfigur och använd trigonometri (lämpar sig bra för jämviktsproblem med tre krafter och för Newton II-problem med två verkande krafter).

2. Komposantuppdela samtliga krafter i i x- och y-led, och ställ sedan upp jämviktsvillkor eller Newton II i x- och y-led var för sig (mer allmän metod som ALLTID fungerar).

3 Rörelsemängd

Ej klart ännu, kommer senare.

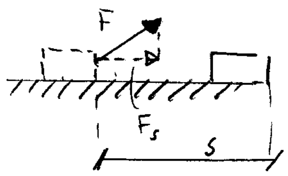
4 Arbete och energi

4.1 Arbete

Om en kraft med storleken F förflyttas sträckan s uträttar kraften arbetet

$$A = F_s s,$$

där F_s är storleken av kraftens komposant parallell med rörelseriktningen. (Observera att bokstaven s här används i annan betydelse än ovan, där ju s betydde läge).



När ett arbete uträttas sker en energiomvandling av något slag. Den omvandlade energimängden är lika med det uträttade arbetet. Med en formel:

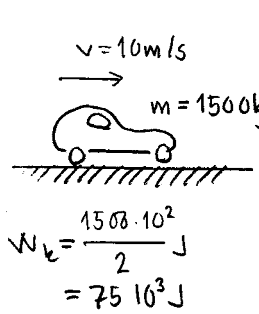
$$\Delta W = A.$$

4.2 Olika energiformer

4.2.1 Rörelseenergi

Ett föremål med massan m som rör sig med hastigheten v har rörelseenergin

$$W_\mathrm{k} = \frac{mv^2}{2}.$$

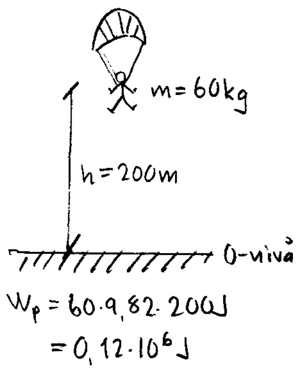


4.2.2 Lägesenergi

Ett föremål med massan m på höjden h ovanför en 0-nivå har (gravitations-) lägesenergin

$$W_\mathrm{p} = mgh,$$

där $g = 9{,}82\ \mathrm{m/s^2}$ (i södra Sverige), relativt den valda 0-nivån. Observera att 0-nivå kan väljas helt godtyckligt. Formeln ovan gäller endast nära jordytan.

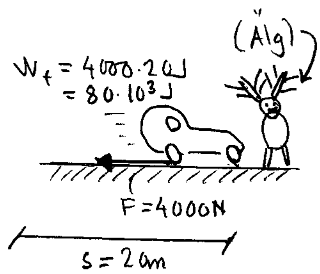


Om föremålet befinner sig under 0-nivån blir lägesenergin negativ. [NYTT!]

4.2.3 Friktionsvärmeenergi

Om en friktionskraft med storleken F_f bromsar ett NYTT?
föremål på sträckan s utvecklas friktionsvärmeenergin

$$W_\mathrm{f} = F_\mathrm{f}\, s.$$



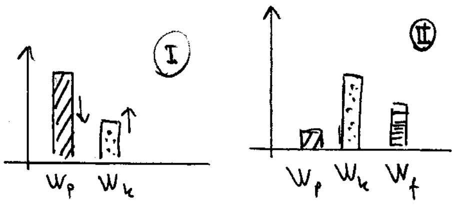
4.3 Energins bevarande

I ett slutet system (inga yttre krafter som uträttar arbeten, ingen energitillförsel) är den totala energimängden konstant.

I mekanikproblem med “ett föremål + jorden + något som orsakar friktionskraft” som system kan detta oftast formuleras som

$$W_p^I + W_k^I = W_p^{II} + W_p^{II} + W_f,$$

där $W_p^I + W_k^I$ är mekaniska energin (summan av läges- och rörelseenergi) vid någon tidpunkt (“i läge I”) och $W_p^{II} + W_k^{II}$ mekaniska energin vid en senare tidpunkt (“läge II”), och W_f är friktionsvärmeenergin.



Om yttre krafter uträttar ett arbete $A_{\text{yttre krafter}}$ på systemet behöver ovanstående modifieras till

$$W_p^I + W_k^I + A_{\text{yttre krafter}} = W_p^{II} + W_p^{II} + W_f.$$

4.4 Effekt

Om arbetet A uträttas, eller energimängden W omsätts, under tiden t så utvecklas medeleffekten

$$P = \frac{A}{t} = \frac{W}{t}.$$

Verkningsgraden för enerigomvandlande process eller system är

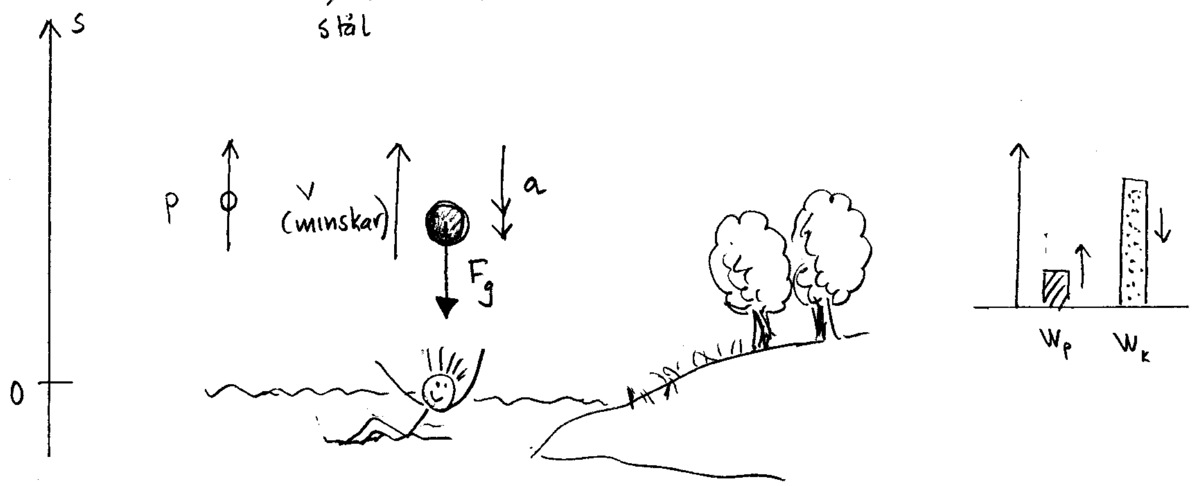
$$\eta = \frac{\text{nyttig energi}}{\text{tillförd energi}}.$$

5 Att tänka på vid problemlösning

- Rita figur.
- Bestäm dig för positiv(a) riktning(ar).
- Håll rätt på tecken.
- Tänk på att många rörelseproblem kan lösas med v-t-diagram (istället för med rörelseformlerna direkt).
- Vid Newton II-problem: Ställ först upp ett uttryck för resultantens storlek R, sätt sedan in i Newtons andra lag ($R = ma$).

GÖR ALLTID FIGUR!

Ex: ~~Bad~~boll efter kast
stål



7