

NP Ma 1b Exempel

16

I Exemplet i uppgiften:

$$\begin{array}{rcl}
 5 & 3 & 5 \cdot 3 = 15 \\
 \downarrow & & \\
 2 & 3 & 2 \cdot 3 = 6 \\
 & \downarrow & \\
 2 & 4 & 2 \cdot 4 = 8 \\
 \downarrow & & \\
 5 & 4 & 5 \cdot 4 = 20
 \end{array}$$

Summa: 49

Eget exempel:

$$\begin{array}{rcl}
 1 & 4 & 1 \cdot 4 = 4 \\
 \downarrow & & \\
 6 & 4 & 6 \cdot 4 = 24 \\
 & \downarrow & \\
 6 & 3 & 6 \cdot 3 = 18 \\
 \downarrow & & \\
 1 & 3 & 1 \cdot 3 = 3
 \end{array}$$

Summa: 49

Summan verkar alltid bli 49.

Vi noterar att $1 + 6 = 7$

$$2 + 5 = 7$$

$$3 + 4 = 7,$$

dvs summan av antalet prickar på två motsstående sidor är alltid 7.

II Då kan vi göra ett allmänt resonemang. Antag att en tärningen visar a prickar och andra tärningen visar b prickar efter första kastet:

$$\begin{array}{rcl}
 a & b & a \cdot b \\
 \downarrow & & \\
 (7-a) & b & (7-a) \cdot b \\
 & \downarrow & \\
 (7-a) & (7-b) & (7-a)(7-b) \\
 a & (7-b) & a(7-b)
 \end{array}$$

Summan blir nu

$$\begin{aligned}
 & ab + (7-a) \cdot b + (7-a)(7-b) + a(7-b) \\
 = & \underline{ab} + \underline{7b} - \underline{ab} + \underline{49} - \underline{7b} - \underline{7a} + \underline{ab} + \underline{7a} - \underline{ab} = 49
 \end{aligned}$$

Summan blir alltså alltid 49. ($= 7^2$)

Den här typen av multiplikation av två parenteser har vi lärt oss i vår 1b-kurs

(Tas ej upp i Matematik 5000-boken)

NP Ma 1b Exempel

16 III För en åttasidig tärning gäller att summan av antalet prickar på två motstående sidor är 9 ($8+1=9$, $7+2=9$, $6+3=9$, $5+4=9$)
 (forts) Det allmänna resursemängdet blir då så här (återigen låter vi a och b vara antalet prickar på tärningarna efter första kastet):

$$\begin{array}{rcl}
 a & b & a \cdot b \\
 \downarrow & & \\
 (9-a) & b & (9-a) \cdot b \\
 & \downarrow & \\
 (9-a) & (-b) & (9-a)(-b) \\
 \downarrow & & \\
 a & (-b) & \underline{a(9-b)}
 \end{array}$$

Summan blir nu

$$\begin{aligned}
 & ab + (9-a)b + (9-a)(9-b) + a(9-b) \\
 & = \underline{ab} + \underline{9b} - \underline{ab} + 81 - \underline{9b} - \underline{9a} + \underline{ab} + \underline{9a} - \underline{ab} = 81
 \end{aligned}$$

Summan blir nu 81 ($= 9^2$)

↑
antalet sidor + 1

IV Det verkar som om

$$\text{summan} = (\text{antalet sidor} + 1)^2$$