62AA

Vi låter y vara antalet invånare och x tiden i år.

Vi kallar invånarantalet då $x = 0$ för N_0.

Dvs ansätta en funktion och bestämma funktionsformeln.

Delta är en metod som alltid fungerar, även om det blir lite längre räkningar.

Vi ansätter en linjär funktion

(a) Ansätt $y = kx + m$. $\quad (*)$

Vi vet att $y = N_0$ då $x = 0 \quad (1)$

$y = N_0/2$ då $x = 20 \quad (2)$

Insättning av (1) i $(*)$ ger

$$N_0 = k \cdot 0 + m$$

$$m = N_0$$

Alltså

$$y = kx + N_0$$

Insättning av (2) ger

$$\frac{N_0}{2} = k \cdot 20 + N_0$$

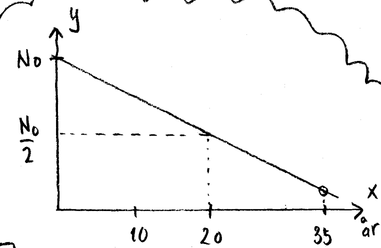
$$k \cdot 20 = -\frac{N_0}{2}$$

$$k = -\frac{N_0}{40}$$

Då har vi alltså

$$\boxed{y = N_0 - \frac{N_0}{40} x}$$

Så här ser grafen ut



Insättning av $x = 20 + 15 = 35$ ger nu

$$y = N_0 - \frac{N_0}{40} \cdot 35 = \frac{40N_0}{40} - \frac{35N_0}{40} = \frac{5N_0}{40} = \frac{N_0}{8} = 0{,}125 N_0$$

Efter totalt 35 år är invånarantalet alltså 12,5% av det ursprungliga.

Svar: 12,5%

Vi ansätter en exponentialfunktion

$\boxed{62AA}$ (forts)

(b) Ansätt $\boxed{y = C \cdot a^x}$ $\quad (*)$

Vi vet att $y = N_0$ då $x = 0$ $\quad (1)$

$y = N_0/2$ då $x = 20$ $\quad (2)$

Insättning av (1) i $(*)$ ger

$$N_0 = C \cdot a^0$$

$$N_0 = C$$

$$C = N_0$$

Alltså:

$$y = N_0 a^x$$

Insättning av (2) ger

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot a^{20}$$

$$\frac{1}{2} = a^{20}$$

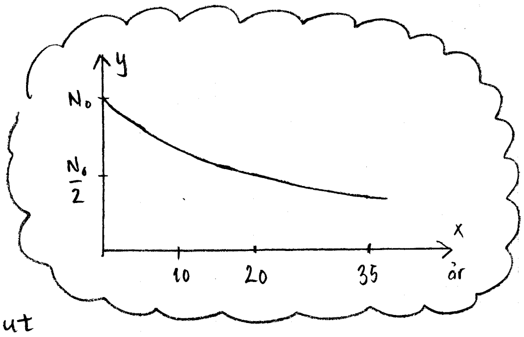
$$a = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{20}}$$

$$a \approx 0{,}9659$$

Då har vi alltså

$$\boxed{y = N_0 \cdot 0{,}9659^x}$$

Så här ser grafen ut



Insättning av $x = 20 + 15 = 35$ ger nu

$$y = N_0 \cdot 0{,}9659^{35} \approx 0{,}297 N_0$$

Svar: 29,7 %