

Om man vill göra den här uppgiften utan att "knepa & knäpa" eller pröva sig fram tycker jag den blir lite väl svår för Ma 1c-kursen. Men jag visar här hur man kan göra.

2323

Vi ska bestämma konstanterna a , b och c så att likheten

$$(x-1)(ax^2+bx+c) = x^3+x^2-2 \quad (*)$$

gäller för alla möjliga värden på x .

Vi börjar med att förenkla VL i (*):

$$\begin{aligned} (x-1)(ax^2+bx+c) &= \underline{ax^3} + \underline{bx^2} + \underline{cx} - \underline{ax^2} - \underline{bx} - \underline{c} \\ &= ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c \end{aligned}$$

Sedan skriver vi HL i (*) lite annorlunda, så här:

$$x^3 + x^2 - 2 = 1 \cdot x^3 + 1 \cdot x^2 + 0 \cdot x - 2.$$

Nu kan vi skriva (*):

$$\underline{ax^3} + \underline{(b-a)x^2} + \underline{(c-b)x} - c = \underline{1 \cdot x^3} + \underline{1x^2} + \underline{0x} - 2$$

Nu resonerar vi som så att VL = HL för alla x endast om:

- det som står framför x^3 i VL och HL är lika, dvs $a = 1$ (1)
- $-||-$ x^2 $-||-$, dvs $b-a = 1$ (2)
- $-||-$ x $-||-$, dvs $c-b = 0$ (3)
- konstanttermerna i VL och HL är lika, dvs $c = 2$ (4)

Alla dessa fyra villkor måste vara uppfyllda

Insättning av (1) i (2) ger

$$b - 1 = 1$$

$$b = 2$$

(Insättning av (4) i (3) ger

$$2 - b = 0$$

$$b = 2, \text{ stämmer med, bra!})$$

Svar: $a = 1$, $b = 2$, $c = 2$.