

2265

$$(a) \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 650 \quad (1)$$

$$\frac{1}{x} = \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 + \frac{1}{\sqrt{x}} = 650$$

$$\text{Sätt } \frac{1}{\sqrt{x}} = t \quad (*)$$

Ekv. (1) kan då skrivas

$$t^2 + t = 650$$

$$t^2 + t - 650 = 0$$

$$t = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{650 \cdot 4}{4}}$$

$$t = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{2601}{4}}$$

$$t = -\frac{1}{2} \pm \frac{51}{2}$$

$$t_1 = \frac{-1 + 51}{2} = 25, \quad t_2 = \frac{-1 - 51}{2} = -26$$

Fall 1

Insättning av $t = 25$ i (*) ger

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = 25$$

Kvadrera VL och HL:

$$\frac{1}{x} = 625$$

$$x = \frac{1}{625}$$

Fall 2

Insättning av $t = -26$ i (*) ger

$$\frac{1}{\sqrt{x}} = -26$$

Omöjligt, eftersom $\sqrt{x} > 0$

(Kvadratroten ur ett tal är alltid positiv)

$$\underline{\underline{\text{Svar: } x = \frac{1}{625}}}$$

2265

$$(b) \quad x^{\frac{2}{3}} - 5x^{\frac{1}{3}} + 6 = 0 \quad (1)$$

(lerts)

$$(x^{\frac{1}{3}})^2 - 5x^{\frac{1}{3}} + 6 = 0$$

$$(x^{\frac{1}{3}})^2 = x^{\frac{1}{3} \cdot 2} = x^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{Sätt } x^{\frac{1}{3}} = t \quad (*)$$

Ekv. (1) kan då skrivas

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$t = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{6 \cdot 4}{4}}$$

$$t = \frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}$$

$$t_1 = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = 3, \quad t_2 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2$$

Fall 1

Insättning av $t=3$ i (*) ger

$$x^{\frac{1}{3}} = 3$$

$$(x^{\frac{1}{3}})^3 = 3^3$$

$$x = 27$$

Fall 2

Insättning av $t=2$ i (*) ger

$$x^{\frac{1}{3}} = 2$$

$$(x^{\frac{1}{3}})^3 = 2^3$$

$$x = 8$$

Svar: $x_1 = 8, x_2 = 27$