$\boxed{28}$ $x^2 - 2x + 7 = p(2x-p)$ $(*)$

Bl. övn 2

(a) Lös ekvationen $(*)$ om $p = 5$.

Om $p = 5$ kan ekvationen skrivas

$$x^2 - 2x + 7 = 5(2x-5)$$

$$x^2 - 2x + 7 = 10x - 25$$

$$x^2 - 12x + 32 = 0$$

$$x = 6 \pm \sqrt{36-32}$$

$$x = 6 \pm 2$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = 8$$

Svar: $x_1 = 4$, $x_2 = 8$

(b) Kan vi bestämma p i $(*)$ så att ekvationen får en dubbelrot $x = 4$?

Vi sätter $x = 4$ i $(*)$ och får då

$$4^2 - 2 \cdot 4 + 7 = p(2 \cdot 4 - p)$$

$$15 = 8p - p^2$$

$$p^2 - 8p + 15 = 0$$

$$p = 4 \pm \sqrt{16-15}$$

$$p = 4 \pm 1$$

$$p_1 = 3, \quad p_2 = 5$$

Väljer vi p till 3 eller 5 kommer $x = 4$ att vara en lösning till $(*)$.

Men är det den enda lösningen (dvs en dubbelrot)?

Vi undersöker:

Fall 1 $(p = 3)$

Med $p = 3$ blir ekvationen $(*)$:

$$x^2 - 2x + 7 = 3(2x-3)$$

$\boxed{28}$

Bl. övn 2

$$x^2 - 2x + 7 = 6x - 9$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$x = 4 \pm \sqrt{4^2 - 16}$$

$$x = 4 \pm 0$$

Ja, med $p=3$ får ekv. (*) en dubbelrot $x = 4$.

<u>Fall 2</u> $(p = 5)$

Detta fall har vi redan undersökt i (a)-uppgiften.

Då såg vi att $p=5$ gör att ekvationen (*) får rötterna $x_1 = 4$, $x_2 = 8$, alltså inte någon dubbelrot

<u>Svar:</u> Ja, om $p = 3$

Alternativt skulle vi kunna försöka lösa (*) direkt med p-q-formeln:

$$x^2 - 2x + 7 = p(2x - p)$$

$$x^2 - 2x + 7 = 2px - p^2$$

$$x^2 - 2x - 2px + 7 + p^2 = 0$$

$$x^2 - (2 + 2p)x + (7 + p^2) = 0$$

$$x = 1 + p \pm \sqrt{(1+p)^2 - (7 + p^2)}$$

$$x = 1 + p \pm \sqrt{1 + 2p + p^2 - 7 - p^2}$$

$$x = 1 + p \pm \sqrt{2p - 6}$$

Nu ser vi att vi får en dubbelrot om

$$2p - 6 = 0$$

$$p = 3,$$

och dubbelroten blir då

$$x = 1 + p = 1 + 3 = 4$$

<u>Svar:</u> Ja, om $p = 3$