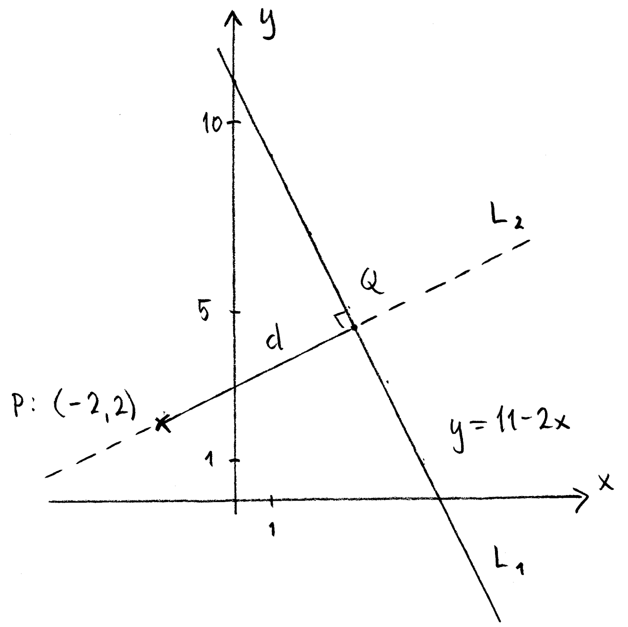
3415



$2x + y = 11$

$y = 11 - 2x$

Det kortaste avståndet mellan $P: (-2,2)$ och linjen $2x+y=11$ (L_1) är avståndet d längs en annan linje L_2 som är sådan att den är vinkelrät mot L_1 (se figuren ovan).

Låt L_2:s lutning vara k_2. Då får vi ($k_1 \cdot k_2 = -1$):

$$(-2) \cdot k_2 = -1$$

$$k_2 = \frac{1}{2}$$

L_2:s ekvation kan alltså skrivas

$$y = \frac{1}{2} x + m$$

L_2 går genom $(-2, 2)$. Insättning av $x = -2$, $y = 2$ ger

$$2 = \frac{1}{2}(-2) + m$$

$$2 = -1 + m$$

$$m = 3$$

L_2:s ekvation är alltså $y = \frac{1}{2} x + 3$

$\boxed{3415}$

(forts.)

Nu behöver vi bestämma skärningspunkten Q:s koordinater:

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 3 & (1) \\ y = 11 - 2x & (2) \end{cases}$$

Ekv. (1) och (2) ger

$$\frac{1}{2}x + 3 = 11 - 2x$$

$$\frac{5}{2}x = 8 \qquad (*)$$

$$\frac{1}{2} + 2 = \frac{1}{2} + \frac{2 \cdot 2}{2} = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{16}{5}$$

Så här kan vi också komma fram till ekv (*):

Låt Q:s x-koordinat vara a.
Q:s y-koordinat är då (a, 11 − 2a)

$k_1 \cdot k_2 = -1$ ger $\quad (k_1 = -2)$

$$(-2) \cdot \frac{(11-2a) - 2}{a - (-2)} = -1$$

L_2 går genom Q och P

$$\frac{9 - 2a}{a + 2} = \frac{1}{2}$$

$$9 - 2a = \frac{1}{2}(a + 2)$$

$$9 - 2a = \frac{a}{2} + 1$$

$$\frac{5a}{2} = 8$$

Ins. i (2) ger

$$y = 11 - 2 \cdot \frac{16}{5} = \frac{5 \cdot 11 - 2 \cdot 16}{5} = \frac{55 - 32}{5} = \frac{23}{5}$$

Skärningspunkten Q har alltså koordinaterna $\left(\frac{16}{5}, \frac{23}{5}\right)$

Sökta avståndet:

(avståndsformeln)

$$d = \sqrt{\left(\frac{16}{5} - (-2)\right)^2 + \left(\frac{23}{5} - 2\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{16}{5} + \frac{2 \cdot 5}{5}\right)^2 + \left(\frac{23}{5} - \frac{2 \cdot 5}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{26}{5}\right)^2 + \left(\frac{13}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{26^2}{5^2} + \frac{13^2}{5^2}} = \sqrt{\frac{26^2 + 13^2}{5^2}} = \sqrt{\frac{845}{5^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{169}{5}} = \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{5}} = \frac{13}{\sqrt{5}} \approx 5{,}81$$

Svar: (a) $\frac{13}{\sqrt{5}}$ l.e. (b) 5,81 l.e. (längdenheter)