

2470

$x$ : tid i timmar från det att Pentus drack vätskan

$y$ : halt i  $\mu\text{g/ml}$  av giftet

$$\text{Vi vet att } y = 3,75 \text{ då } x = 20 \quad (1)$$

$$y = 2,19 \text{ då } x = 28. \quad (2)$$

Ansätt  $y = C \cdot a^x$  (halten avtar exponentiellt).

Insättning av (1) och (2) ger:

$$\begin{cases} 3,75 = C \cdot a^{20} & (3) \\ 2,19 = C \cdot a^{28} & (4) \end{cases}$$

Dividera (4) med (3) ledvis:

$$\frac{2,19}{3,75} = \frac{a^{28}}{a^{20}}$$

$$a^8 = \frac{2,19}{3,75}$$

$$a = \left( \frac{2,19}{3,75} \right)^{\frac{1}{8}} \approx 0,93498$$

Insättning i (3) ger

$$3,75 = C \cdot 0,93498^{20}$$

$$C = 14,39$$

Alltså:

$$\boxed{y = 14,39 \cdot 0,93498^x} \quad (*)$$

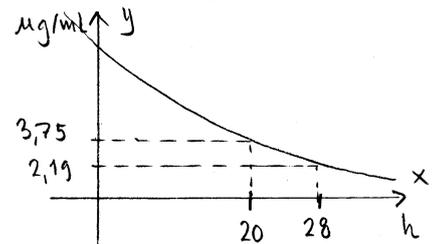
(a) Vi ser att  $y(0) = 14,39$ . Alltså var halten aldrig högre än  $14,39 \mu\text{g/ml}$ .

Svar: Nej

(b) Bestäm  $y'(30)$ .

$$y' = 14,39 \cdot 0,93498^x \cdot \ln 0,93498$$

$$y'(30) = 14,39 \cdot 0,93498^{30} \ln 0,93498 = -0,129$$



2470

Svar: Förändringshastigheten är  $-0,13 \mu\text{g/mL}$  per timme.

(pts)

(Vilket innebär att halten minskar med  $0,13 \mu\text{g/mL}$  per timme)

(c) Bestäm  $x$  då halten halverats, dvs då  $y = \frac{14,39}{2}$ .

Insättning av  $y = \frac{14,39}{2}$  i (\*) ger

$$\frac{14,39}{2} = 14,39 \cdot 0,93498^x$$

$$\frac{1}{2} = 0,93498^x$$

$$x \cdot \ln 0,93498 = \ln \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\ln \frac{1}{2}}{\ln 0,93498} \approx 10,3$$

$$\ln \frac{1}{2} = \ln(0,93498^x)$$

$$\ln \frac{1}{2} = x \cdot \ln 0,93498$$

Svar: 10,3 timmar

Notera att (b) och (c), kan lösas med grafande räknare (som kan beräkna derivatavärden).

Notera också att man kan få lite lättare räkningar i början om man låter  $x$  vara tiden mätt från första mätillfället (alltså 20h efter uttaget). Då vet vi att

$$y(0) = 3,75 \quad \leftarrow \text{Ger direkt att } C = 3,75$$

$$y(8) = 2,19$$

Man måste då tänka på att i (a) beräkna  $y(-20)$  för att få halten direkt efter uttaget. I (b) behöver man beräkna  $y'(10)$ .

