

x : tid i timmar från upphållningen

y : kaffets temperatur i $^{\circ}\text{C}$

$$\text{Vi vet att } y = 76 \text{ då } x = 4 \quad (1)$$

$$y' = -4,1 \text{ då } x = 4 \quad (2)$$

Ansätt $y = C \cdot a^x$ (temperaturen avtar exponentiellt)

$$\text{Då får vi } y' = C \cdot a^x \cdot \ln a.$$

Insättning av (1) och (2) ger

$$\begin{cases} 76 = C \cdot a^4 & (3) \\ -4,1 = C \cdot a^4 \cdot \ln a & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 76 = C \cdot a^4 & (3) \\ -4,1 = C \cdot a^4 \cdot \ln a & (4) \end{cases}$$

Insättning av $C \cdot a^4 = 76$ från (3) i (4) ger

$$-4,1 = 76 \cdot \ln a$$

$$\ln a = -\frac{4,1}{76}$$

$$e^{\ln a} = e^{-\frac{4,1}{76}}$$

$$a = e^{-\frac{4,1}{76}} \approx 0,9475$$

Insättning i (3) ger

$$76 = C \cdot 0,9475^4$$

$$C = \frac{76}{0,9475^4} \approx 94,3$$

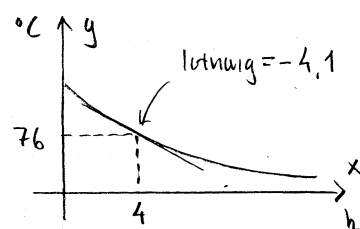
Alltså

$$\boxed{y = 94,3 \cdot 0,9475^x} \quad (*)$$

(a) Ursprungliga temperaturen

$$y(0) = 94,3 \cdot 0,9475^0 = 94,3 \text{ } (^{\circ}\text{C})$$

Svar: 94°C



32

(b) Sök x då $y = 55$. Insättning i (*) ger

Bl. övn 2

$$55 = 94,3 \cdot 0,9475^x$$

(forts)

$$0,9475^x = \frac{55}{94,3}$$

$$\ln 0,9475^x = \ln \frac{55}{94,3}$$

$$x \ln 0,9475 = \ln \frac{55}{94,3}$$

$$x = \frac{\ln \frac{55}{94,3}}{\ln 0,9475}$$

$$x \approx 10,0$$

Svar: 10 h

Notera att när exponentialfunktionen (*) är framtagen kan (a) och (b) lösas med hjälp av grafritande räknare.

Notera också att man kan få lite lättare räkningar i början om man låter x vara tiden mätt från mätillfället (4 h efter upphållningen)

Då vet vi att

$$y(0) = 76$$

$$y'(0) = -4,1$$

Man måste då tänka på att i (a) beräkna $y(-4)$ för att få temperaturen vid upphållningen.

