

24

Bl övn 3

Funktionen f har derivatan $f'(x) = x(x-a)^2$, $a > 0$.

Hur kan grafen till f se ut?

Lösning

Vi undersöker funktionen med hjälp av teckenlabell:

Derivatans nollställen:

$$f'(x) = 0 \text{ ger } x(x-a)^2 = 0$$

$$x = 0 \text{ eller } x - a = 0$$

$$x = a$$

Teckenlabell

x		0		a	
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	↘		↗		↗
		MIN		TERRASS	

Observera att $a > 0$ enligt uppgiften!

ngt upphöjt till två är alltid ≥ 0

"negativt · positivt = negativt"

$$f'(-10) = (-10)(-10-a)^2 < 0$$

$$f'\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{a}{2}\left(\frac{a}{2}-a\right)^2 > 0$$

$$f'(2a) = 2a(2a-a)^2 > 0$$

"positivt · positivt = positivt"

Funktionen har alltså ett max för $x=0$

och en terrasspunkt för $x=a$.

Vi kan dock inte säga ngt om funktionsvärdena

i dessa punkter, bara att $f(a) > f(0)$.

Exempel på hur grafen kan se ut:

