

3127

Undersök derivatan!

$$y' = 3x^2 + 2ax + 1$$

$$y' = 0 \text{ ger } 3x^2 + 2ax + 1 = 0$$

$$x^2 + \frac{2a}{3}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$x = -\frac{a}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}}$$

$$x = -\frac{a}{3} \pm \sqrt{\frac{a^2}{9} - \frac{3}{9}}$$

$$x = -\frac{a}{3} \pm \frac{\sqrt{a^2 - 3}}{3} \quad (*)$$

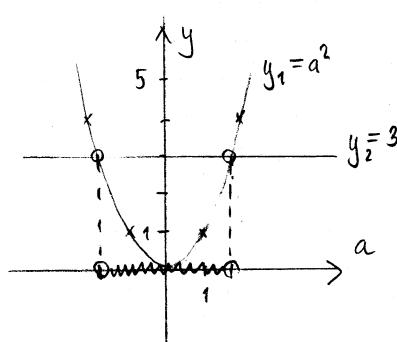
- (a) Kurvan saknar extrempunkter om derivatan saknar nollställen, vilket inträffar då uttrycket under rottecknet i (*) är negativt, dvs då

$$a^2 - 3 < 0$$

Vi behöver nu lösa denna icke-konjugata olikhet. Skriv först an:

$$\frac{a^2}{y_1} < \frac{3}{y_2}$$

Rita sedan $y_1 = a^2$ och $y_2 = 3$ och undersök för vilka a som $y_1 < y_2$



Vi ser att $y_1 = y_2$ då $a^2 = 3$

$$a = \pm \sqrt{3}$$

och att $y_1 < y_2$ för $-\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$

Svar: Kurvan saknar extrempunkter för $-\sqrt{3} < a < \sqrt{3}$

tex $x^2 < 3$

Tänk på att icke-konjugata olikheter
inte kan lösas på samma sätt som konjugata olikheter!

tex $4x+3 > 10$

3127

- (b) Kurvan har en terrasspunkt om derivatan har ett och endast ett nollställe, vilket inträffar då uttrycket under rottecknet i (\star) är noll, dvs

$$a^2 - 3 = 0$$

$$a^2 = 3$$

$$a = \pm \sqrt{3}$$

Svar: Kurvan har en terrasspunkt för $a = \pm \sqrt{3}$

- (c) Kurvan har två extrempunkter om derivatan har två nollställen, vilket inträffar då uttrycket under rottecknet i (\star) är positivt, dvs

$$a^2 - 3 > 0$$

$$a^2 > 3$$

Återigen en icke-linjär olikhet. Använder vi figuren i (a)-uppgiften ser vi att $a^2 > 3$ för $a < -\sqrt{3}$ och för $a > \sqrt{3}$

Svar: Kurvan har två extrempunkter för $a < -\sqrt{3}$ och för $a > \sqrt{3}$.