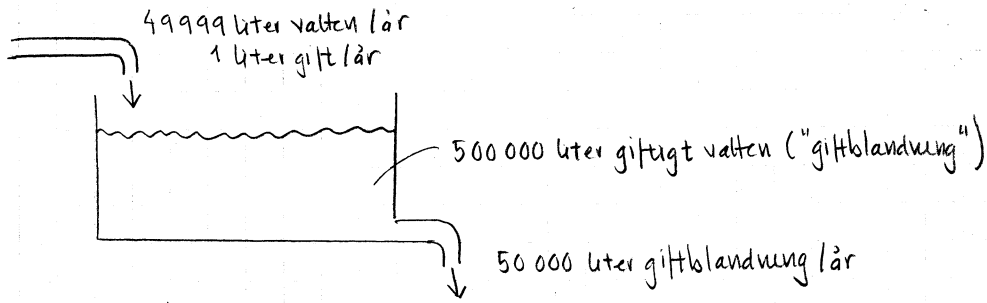
3327

y: mängden gift i liter

t: tid i år



giftmängdens förändringshastighet

$$y' = \text{"IN} - \text{UT"}$$

UT: utströmningshastighet för giftet

IN: inströmningshastighet för giftet

Här visar jag en standardmetod för sådana här så kallade "blandningsproblem" Mer om detta i Ma 5-kursen!

I vårt fall är

IN = 1 liter gift / år

(Efter t år är giftandelen i dammen $\frac{y}{500\,000}$)

Det finns y liter gift i 500000 liter giftblandning

$$\text{UT} = \underbrace{\frac{y}{500\,000}}_{\text{liter gift / liter giftblandning}} \cdot \underbrace{50\,000}_{\text{liter giftblandning / år}} = 0{,}1y \text{ liter gift / år}$$

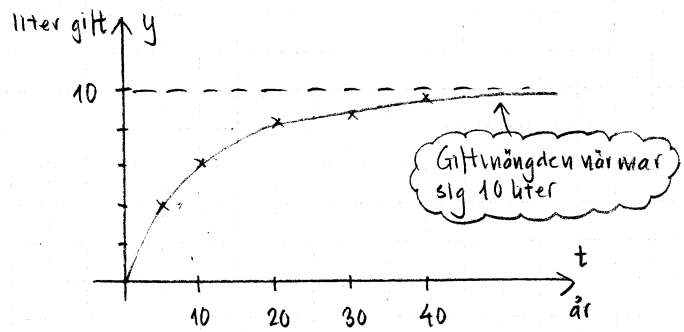
Giftets utströmningshastighet är giftandelen · giftblandningens utströmningshastighet.

Jag kan tycka att den här uppgiften kommer lite tidigt

Vi får alltså differentialekvationen

$$y' = 1 - 0{,}1y$$

Svar: $y' = 1 - 0{,}1y$ (*)

Med metoder som kommer i Ma 5-kursen kan man visa att den lösning till (*) som uppfyller $y(0) = 0$ (dvs inget gift från start) är

$$y = 10(1 - e^{-0{,}1t})$$