

11

$$f(x) = \frac{x+1}{x-3}$$

(a) Funktionen är ej definierad för  $x=3$ .

$f(x) \rightarrow +\infty$  om  $x \rightarrow 3$  från höger,  $f(x) \rightarrow -\infty$  om  $x \rightarrow 3$  från vänster

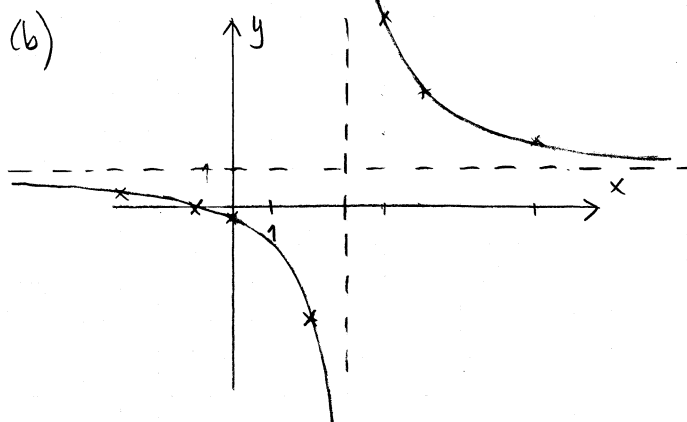
Då är  $x=3$  en vertikal asymptot till grafen till funktionen  $f$

Undersök vad som händer med  $f(x)$  då  $x \rightarrow \pm\infty$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-3} = \frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{3}{x}} \rightarrow 1 \text{ då } x \rightarrow \pm\infty$$

Alltså är  $y=1$  en horisontell asymptot till grafen till funktionen  $f$

Svar:  $x=3, y=1$



$x$	$y = f(x)$
0	$-\frac{1}{3}$
2	-3
-3	$\frac{1}{3}$
4	5
5	3
8	$\frac{9}{5}$
-1	0

(c) Lös olikheten

$$\underbrace{\left| \frac{x+1}{x-3} \right|}_{y_1} > \underbrace{3}_{y_2} \quad (1)$$

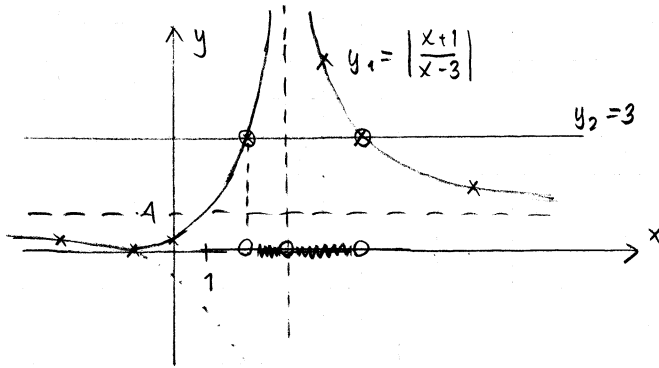
Rita graferna till  $y_1 = \left| \frac{x+1}{x-3} \right|$  och  $y_2 = 3$ .

11

(forts)

Gratan till  $y_1 = \left| \frac{x+1}{x-3} \right|$  får vi genom att först rita grafen till  $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$

(redan gjort i uppgift (b) ovan), och sedan spegla alla delar som ligger under x-axeln i x-axeln. Så här:



Skärningspunkter? Sätt  $\left| \frac{x+1}{x-3} \right| = 3$  (\*)

$$|x| = \begin{cases} +x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Fall 1: För  $-1 < x < 3$  är  $\frac{x+1}{x-3} < 0$  och då är  $\left| \frac{x+1}{x-3} \right| = -\frac{x+1}{x-3}$

Ekv (\*) blir då

$$-\frac{x+1}{x-3} = 3$$

$$x+1 = -3x+9$$

$$4x = 8$$

$$x = 2$$

Fall 2 För  $x > 3$  är  $\frac{x+1}{x-3} > 0$  och då är  $\left| \frac{x+1}{x-3} \right| = \frac{x+1}{x-3}$

Ekv (\*) blir då

$$\frac{x+1}{x-3} = 3$$

$$x+1 = 3x-9$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

Nu ser vi med hjälp av figuren att olikheten (\*) har lösningen

$$2 < x < 3 \text{ eller } 3 < x < 5$$

Svar:  $2 < x < 3$  eller  $3 < x < 5$