$\boxed{12}$ (a) Visa att $z_1 = \cos 9° + i \sin 9°$ (1)

är en lösning till ekvationen $z^{50} = i$ (2)

Insättning av (1) i (2) ger

de Moivres formel

$$VL = (\cos 9° + i \sin 9°)^{50} = \cos 50 \cdot 9° + i \sin 50 \cdot 9° =$$

$$= \cos 450° + i \sin 450° = \underbrace{\cos 90°}_{0} + i \underbrace{\sin 90°}_{1}$$

$$= i = HL \quad \square$$

$\cos 450° = \cos(450° - 1 \cdot 360°) = \cos 90°$

$\sin 450° = \sin(450° - 1 \cdot 360°) = \sin 90°$

(b) Bestäm p så att $z_1 = \cos 9° + i \sin 9°$ (3)

är en lösning till ekvationen $z^p = i$ (4)

Eftersom $i = \cos 90° + i \sin 90°$ kan ekvationen (4) med $z_1 = \cos 9° + i \sin 9°$

insatt skrivas

$$(\cos 9° + i \sin 9°)^p = \cos 90° + i \sin 90°$$

de Moivres formel

$$\cos(p \cdot 9°) + i \sin(p \cdot 9°) = \cos 90° + i \sin 90°$$

Två komplexa tal på polär form är lika om 1) beloppen är lika och 2) argumenten är lika sånär som på $n \cdot 360°$. Vi får alltså:

$$p \cdot 9° = 90° + n \cdot 360°$$

$$p = 10 + n \cdot 40 \quad , n \text{ heltal}$$

<u>Svar</u>: $p = 10 + n \cdot 40$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$